PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

O ENSINO DOS NÚMEROS REAIS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMATICA

CLEBER LUIZ DA CUNHA

Presidente Prudente – SP
2014

UNIVERSIDADE DO OESTE PAULISTA
UNOESTE
PRESIDENTE PRUDENTE - SP

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

O ENSINO DOS NÚMEROS REAIS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMATICA

CLEBER LUIZ DA CUNHA

Dissertação apresentada a Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade do Oeste Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação - Área de Concentração: Formação e Prática Pedagógica do Profissional Docente.

Orientador: Prof. Dr. Adriano Rodrigues Ruiz

Presidente Prudente – SP
2014

370 C972e

Cunha, Cleber Luiz da

O ensino dos números reais na formação do professor de matemática / Cleber Luiz da Cunha – Presidente Prudente, 2014.

109 f.: il.

Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Oeste Paulista – Unoeste, Presidente Prudente, SP, 2014.

Bibliografia.

Orientador: Adriano Rodrigues Ruiz

1. Formação de Professores. 2. Matemática estudo e ensino. 3. Números reais. I. Título.

CLEBER LUIZ DA CUNHA

O ENSINO DOS NÚMEROS REAIS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMATICA

Dissertação apresentada a Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade do Oeste Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação.

Presidente Prudente, 4 de abril de 2014.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Adriano Rodrigues Ruiz
Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE
Presidente Prudente - SP

Profª. Drª. Raimunda Abou Gerban
Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE
Presidente Prudente - SP

Profª. Drª. Maria Raquel Miotto Morelatti
Universidade Estatual Paulista - UNESP
Presidente Prudente - SP

DEDICATÓRIA

À minha esposa, às minhas filhas,
aos meus pais, aos meus professores e
aos meus amigos, pelo apoio recebido
durante a elaboração deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

A Deus acima de tudo, por manter minha fé, me dando forças e proporcionando momentos de paciência e segurança para vencer esta etapa.

À minha família, em especial a minha esposa Camila, pelo apoio e paciência no decorrer do trabalho, permitindo criar um ambiente propício ao estudo e a elaboração deste relatório.

À professora Drª. Tereza de Jesus Ferreira Scheide, por sua orientação e colaboração inicial nesta pesquisa, com importantes indicações teóricas que a fundamentaram.

Ao professor orientador Dr. Adriano Rodrigues Ruiz, por ter aceitado a orientação final deste trabalho, acreditando não somente na pesquisa, mas principalmente no potencial deste pesquisador.

À professora Drª Raimunda Abou Gerban, que com sua clareza e objetividade em seus ensinamentos foi responsável por minha escolha a este programa de mestrado em Educação.

Ao professor Dr. Plínio Cavalcanti Moreira, da Universidade Federal de Minas Gerais, que mesmo sem me conhecer e a distância, me ajudou fornecendo a semente que deu origem ao projeto que culminou nesta pesquisa.

À Ina de Oliveira Lima, secretária do Programa de Mestrado em Educação, por sua paciência em me atender e colaborar sempre que requisitada.

Aos colegas de turma, pelo companheirismo e pelos momentos de descontração proporcionados durante este período em que estivemos no mesmo barco.

"Para passar-se de uma palavra ao seu significado, antes destrói-se-á em estilhaços, assim como o fogo de artifício é um objeto opaco até ser, no seu destino, um fulgor no ar e a própria morte. Na passagem de simples corpo a sentido de amor, o zangão tem o mesmo atingimento supremo: ele morre."

(Clarice Lispector em A Descoberta do Mundo)

RESUMO

O ENSINO DOS NÚMEROS REAIS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMATICA

Trata-se de pesquisa desenvolvida no Mestrado em Educação da Unoeste, na Linha de Pesquisa Formação e Prática Pedagógica do Profissional Docente, que objetivou analisar como é previsto e como se dá o ensino dos números Reais num curso de formação de professor de Matemática da escola básica. Para seu desenvolvimento, adotou-se abordagem qualitativa, caracterizada como um estudo de caso. A recolha de dados ocorreu num Curso de Licenciatura em Matemática da região de Presidente Prudente - SP, contando análise documental e, também, entrevistas semiestruturadas aplicadas a quatro docentes do curso. O estudo documental focalizou o projeto pedagógico do curso e os planos de ensino das disciplinas. Para analisar tanto os documentos quanto as entrevistas foi utilizada a análise de conteúdo. Na construção de sua fundamentação teórica, Gaston Bachelard foi o autor que trouxe contribuição mais destacada. Os resultados indicaram a necessidade de reavaliar o planejamento das ações quanto ao ensino dos números reais, visando à formação profissional de um professor que irá atuar na escola básica.

Palavras chaves: números reais, formação do professor de Matemática, educação matemática, prática docente, epistemologia de Bachelard.

ABSTRACT

THE TEACHING OF THE REAL NUMBERS IN MATHEMATICS TEACHER TRAINING

Research developed in the Master's Degree in Education at UNOESTE, in the Line of Research Training and Pedagogical Practice of Teacher Professional, with the objective of analyzing how is laid down and as if the teaching of Real numbers in the training of Mathematics professor of basic school. For its development, qualitative approach was adopted, characterized as a case study. The data collection occurred in the Course of Mathematics from the region of Presidente Prudente - SP, counting documentary analysis and, also, semi-structured interviews applied to four teachers of the course. The documentary study focused on the pedagogical project of the course and the plans for the teaching of disciplines. To analyze both the documents regarding the interviews content analysis was used. In the construction of its theoretical foundation, Gaston Bachelard was the author who has brought more prominent contribution. The results indicated the need to reassess the planning of actions regarding the teaching of actual numbers, aiming at the vocational training of a teacher who will act in basic school.

Keywords: real numbers, training of teachers of Mathematics, mathematics education, teaching practice, epistemology of Bachelard.

LISTA DE SIGLAS

FACLEPP	– Faculdade de Ciências, Letras e Educação de Presidente Prudente
PCN	– Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	– Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PPC	– Projeto Pedagógico do Curso
UNOESTE	– Universidade do Oeste Paulista

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O conjunto dos números reais é um importante instrumento matemático, de aprendizagem contínua e abrangente. O uso deste instrumento de modo e em momentos adequados exige conhecimento consistente. Na formação do professor de Matemática, os números reais e tudo que os cercam são temas fundamentais. O uso cotidiano e a frequência desta ferramenta durante os anos da Escola Básica dão uma falsa impressão de que os números reais são compreendidos e interiorizados pelos estudantes ao concluírem o Ensino Médio (BOFF, 2006). Mas esta não parece ser a realidade dos cursos de graduação na área das Ciências Exatas, incluindo os de formação de professores de Matemática. Um reflexo desta situação pode ser encontrado logo nas primeiras páginas de livros utilizados nas disciplinas iniciais destes cursos, como o caso de Cálculo Diferencial e Integral:

> Você precisa ter familiaridade com fatos sobre os números reais e fazer operações envolvendo desigualdades com desenvoltura; (LEITHOLD; LOUIS, 1994, p.1)
>
> Tudo o que vamos desenvolver neste livro está baseado nas propriedades dos números reais. ... Aconselhamos a você, caro leitor, que tenha presente sempre tais propriedades, muito bem sabidas, mas muito mesmo! (BOULOS, 1999, p. 1)

Pesquisas indicam que este fato está diretamente relacionado com as concepções dos professores de Matemática acerca do conjunto dos números reais, que nem sempre dominam suas propriedades e representações (COBIANCHI, 2001; DIAS, 2002). Os professores entrevistados nestas pesquisas expuseram dificuldades quanto à ordem, densidade, continuidade, infinidade, enumerabilidade e, também, em relação ao próprio conceito de número, suas representações e significados.

Os trabalhos de Boff (2006), Cobianchi (2001) e Dias (2002) citados, indicam que as dificuldades em relação aos números reais persistem ao longo dos anos de estudo na escola básica e perpassam pelos anos da graduação dos cursos de Licenciatura em Matemática. Deste modo persistem ainda na prática dos novos professores e, consequentemente, na percepção e construção dos conceitos de seus alunos, formando um ciclo sem fim.

Ao lado dessas leituras, o que despertou o meu interesse pelo tema da presente dissertação foram os resultados de uma pesquisa anterior, de minha autoria, que resultou na monografia de conclusão do Curso de Pós-Graduação em Instrumentação para o Ensino de Matemática da Universidade Federal Fluminense (UFF), sobre o tema "Conjuntos e o Conceito de Infinito na Teoria de Cantor" (CUNHA, 2007).

Essa pesquisa teve por objetivo conhecer (pré)concepções trazidas do Ensino Médio para o ensino superior acerca de conceitos formais relativos aos conjuntos numéricos e à compreensão do infinito. Essa busca teve o propósito de identificar geradores de dificuldades para a compreensão da noção de infinito, desde o Ensino Médio, dada a sua relevância para a aprendizagem de Cálculo e Análise Matemática.

Os resultados evidenciaram as relações existentes entre os diversos tratamentos que são dados ao tema, pelos alunos ingressantes na graduação, suas concepções intuitivas e que dificuldades estas causam para sua aprendizagem. Indicaram a necessidade de um maior envolvimento com um assunto no início da graduação promovendo aos estudantes condições para que possam apropriar-se deste conceito e assim aspirarem ir além em seus conhecimentos matemáticos.

Assim, a questão geradora desta pesquisa foi quais conhecimentos a respeito do conjunto dos números reais são concebidos como saberes a ser ensinados na licenciatura em matemática, com vistas à prática docente na escola básica? Em busca da resposta a esta questão "maior", outras questões nortearam o estudo:

- ✓ Como o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais tem sido ensinado na licenciatura em matemática?

- ✓ Como os professores da licenciatura em matemática concebem os assuntos relacionados ao conjunto dos números reais, ao seu ensino e às suas dificuldades de aprendizagem?

- ✓ Quando e como as concepções alternativas trazidas pelos alunos são levadas em conta no decorrer do curso visando a formação do professor para a escola básica?

Por acreditar que a formação matemática na Licenciatura deve ter como parâmetro a tomada de consciência de que seus alunos vão se tornar professores da escola básica e que eles precisam aprender a identificar seus próprios pré-conceitos a respeito do conjunto dos números reais, na sua maioria de senso comum, é que se desenvolveu a pesquisa que originou a presente dissertação.

Portanto essa pesquisa teve como objetivo geral analisar como é previsto e como se dá o ensino dos números Reais na formação do professor de matemática da escola básica. Como objetivos específicos:

- ✓ Identificar como é planejada a mobilização dos saberes, conceituais e da prática docente, referentes aos números Reais no curso de formação de professores de matemática;
- ✓ Verificar que conhecimento matemático sobre os sistemas numéricos, em especial os números reais, é apresentado e como isso ocorre segundo os professores formadores do curso de Licenciatura;
- ✓ Averiguar a importância dada e o tratamento dispensado, pelos professores formadores, às concepções intuitivas dos alunos, suas representações e seus significados, em assuntos relacionados aos números reais.

Para seu desenvolvimento, a pesquisa adotou abordagem qualitativa, caracterizada como um estudo de caso. A recolha de dados ocorreu no Curso de Matemática da Unoeste – Presidente Prudente/SP, contando com análise documental e, também, com entrevistas semiestruturadas aplicadas a quatro docentes do curso.

O estudo documental focalizou o projeto pedagógico do curso e os planos de ensino das disciplinas. Paralelamente, entrevistas foram realizadas com quatro professores do curso. Para analisar tanto os documentos quanto as entrevistas foi utilizada a análise de conteúdo conforme caracterizada por Bardin (2009).

Bachelard (2000 e 2001) foi o autor que trouxe contribuição maior na construção da fundamentação teórica desta dissertação.

Em sua estrutura, a dissertação está organizada em cinco seções, incluindo esta introdução. Na seção 2, desenvolveu-se todo o referencial teórico utilizado na análise dos dados coletados, dividido em outras três subseções: 1) A desconstrução de Bachelard a respeito do posicionamento epistemológico da pesquisa concentra as ideias de obstáculo epistemológico, formação do espírito científico, do erro como elemento de integração na reconstrução do pensamento, de desconstrução como necessidade para o desenvolvimento do conhecimento científico, de concepções intuitivas; 2) A formação profissional na Licenciatura em Matemática trata as relações entre a teoria e a prática na formação e no trabalho docente, limites e dificuldades da licenciatura; 3) Os conhecimentos sobre os números reais na formação e prática docente do professor de matemática.

Na seção 3 – Percurso Metodológico é apresentado como se deram os passos e as definições metodológicas para a realização da pesquisa.

A análise dos dados e discussão dos resultados estão presentes na seção 4, subdividida e três partes: uma para análise do Projeto Pedagógico do Curso, outra para a análise dos Planos de Ensino e, finalmente, a análise dos relatos dos professores entrevistados.

Finalizando, a seção 5 – Considerações Finais reúne as percepções do pesquisador sobre toda a pesquisa e as propostas de discussões futuras.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção são apresentados, discutidos, analisados e refletidos diversos textos (livros, artigos, dissertações e teses) que em menor ou maior proporção contribuíram para a construção do referencial teórico para esta pesquisa. Uma visão ampla, por meio de diferentes óticas, mas focada num tema principal que são os números reais na formação do professor de matemática da escola básica.

No primeiro tópico intitulado de *A Desconstrução de Bachelard*, posicionamo-nos quanto à epistemologia que orienta o modo de pensar, o processo de formação não só, mas principalmente do professor de matemática, sua transformação de aluno em profissional da prática docente de ensinar matemática por meio das ideias sintetizadas de Gaston Bachelard sobre a noção de obstáculo epistemológico, a formação do espírito científico, do erro a partir de uma perspectiva positiva e como elemento de integração na reconstrução do pensamento e, principalmente, a noção de desconstrução, como o rompimento necessário com o senso comum para o desenvolvimento do conhecimento científico.

O segundo tópico*, A Formação Profissional na Licenciatura em Matemática*, discute as relações entre teoria e prática na formação e no trabalho docente levando em consideração os resultados de duas pesquisas: uma com alunos licenciados em início de carreira a respeito de seus processos de formação acadêmica e o de desenvolvimento profissional, envolvendo entre outros aspectos as contribuições e limitações da licenciatura no desenvolvimento profissional de cada um durante os primeiros anos frente a uma sala de aula; outra com coordenadores de cursos de licenciatura em matemática, sobre o processo de formação inicial e continuada em suas unidades.

Por fim, o terceiro tópico: *O Conhecimento Sobre os Números Reais na Formação e Prática Docente do Professor de Matemática* apresenta e discute o processo de construção dos números reais, partindo das diferentes definições e representações existentes para o mesmo objeto, tanto na matemática escolar quanto na matemática acadêmica[1], e buscando elementos que respondam as seguintes questões: O que são os números reais, afinal? E como conceituar, representar e dar significado aos números reais na Licenciatura, visando preparar o

[1] Os significados atribuídos, neste trabalho, às expressões *matemática acadêmica* e *matemática escolar* são explicados e discutidos na seção 2.2 deste documento.

futuro professor para vencer o desafio de construir este conjunto numérico, com suas propriedades, junto aos alunos na educação básica.

2.1. A Desconstrução de Bachelard

O posicionamento epistemológico desta pesquisa fundamenta-se em ideias construídas e defendidas pelo filósofo francês Gaston Bachelard, o filósofo do descontinuísmo. Entre estas ideias destacam-se conceitos como o erro, obstáculos (didáticos e epistemológicos) e desconstrução.

Bachelard foi um dos primeiros filósofos contemporâneos a criticar a imagem tradicional da ciência e de como se faz ciência, contrário à visão empírico-indutivista. Pensa a ciência como um processo de negação dos conhecimentos atuais e tece críticas às concepções continuístas da história da ciência. Para ele, o conhecimento científico não pode ser concebido como um aperfeiçoamento, um refino do conhecimento comum, mas sim pela ruptura com este. Entende que o conhecimento concebido empiricamente leva a muitos erros e apresenta a concepção de conhecimento científico como uma constante retificação destes erros, movido pela superação dos obstáculos epistemológicos, indispensável à formação do que chama de *espírito científico*. Nesta concepção, os erros além de inevitáveis são necessários, pois indicam os momentos de estagnação, inércia e porque não, até regressão deste movimento de superação dos obstáculos, das dificuldades encontradas durante o percurso da aprendizagem.

Por este ponto de vista, a pedagogia defendida por Bachelard é criativa já que permite instituir novos saberes a partir de rupturas com o senso comum, descontruindo a ideia de Ciência como um corpo fechado de conhecimentos prontos que deve ser incorporado pelo aluno. Nesta perspectiva, aponta que a interpretação do olhar sobre um objeto de estudo faz-se influenciada pela cultura, experiência, expectativas e facilidade que a experiência primeira oferece. E é rompendo com esta visão que se dá a formação do conhecimento científico. “Todo saber deve começar com perguntas, com a busca de uma solução a um problema. Quando não há questionamentos, não há conhecimentos” (MELO, 2005).

Deste modo, um pensamento precisa se formar não a partir, mas contra um conhecimento anterior. O percurso da aprendizagem passa pelo pressuposto básico da sequencia de construções e desconstruções do saber. A aprendizagem se dá a partir da desconstrução de um conhecimento anterior à medida que o aluno for posto frente a situações onde sinta a necessidade de mudar sua razão, substituindo seus conceitos adquiridos empiricamente a partir do senso comum. A resistência à substituição destes conhecimentos empíricos já constituídos a partir do senso comum é que pode impedir o aluno de alcançar o conhecimento científico. Esta é a noção de obstáculo epistemológico de Bachelard no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da Educação. Em relação à educação, afirmou ter se impressionado muitas vezes com o fato dos professores, mais ainda do que outros, “não compreenderem que não se compreenda” e que “poucos são aqueles que investigaram a psicologia do erro, da ignorância e da irreflexão” (BACHELARD, 2000).

Segundo Bachelard, um fato mal interpretado ou pouco compreendido constitui um obstáculo, um contrapensamento. A tarefa do professor

> (...) consiste no esforço de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já amontoados pela vida cotidiana, de propiciar rupturas com o senso comum, com um saber que se institui da opinião e com a tradição empiricista das impressões primeiras (BACHELARD, 2000, p. 168).

As rupturas e descontinuidades no processo de aprendizagem são características da contínua evolução do pensamento científico. Por meio destas características é que aquele que aprende vê nas bases de um corpo teórico por ele já sedimentado, suas limitações e sente a necessidade de ruptura. Assim, faz-se importante na formação do professor a reflexão da concepção de conhecimento que fundamenta sua prática científica e também de que o problema do conhecimento científico deve ser pensado com base na noção de obstáculo. Superar estes obstáculos exige uma nova pedagogia, a que Bachelard chama de pedagogia científica, na qual o professor precisa se empenhar em fazer com que os alunos se afastem tanto da cultura científica adquirida empiricamente quanto das inferências imediatas obtidas por meio do senso comum, criando neles o “espírito científico”. Um espírito que se forma, deformando-se em função da permanente necessidade de rupturas e aberturas a uma dialética da descontinuidade, do olhar múltiplo para um mesmo objeto de estudo. Onde a estruturação do conhecimento se dá na fronteira entre o conhecido e o desconhecido.

Neste processo de evolução histórica do pensamento científico, vários são os momentos em que dogmas arraigados ao pensamento se tornaram fragilizados ou obsoletos quando postos a frente de uma infinidade de fenômenos que não conseguem explicar ou que explicam sem precisão, sem coerência com o todo. Deste modo, são abandonados ou refutados, ou ainda limitados a algumas aplicações, evidenciando a descontinuidade do avançar do pensamento científico.

Como indica Bachelard (2001), a evolução da ciência contemporânea, da pesquisa científica, situa-se na descontinuidade entre o objeto do senso comum e um objeto científico, mediado pela técnica, sendo assim contrário à tradicional crença de que verdade está "escondida" na natureza, no fenômeno e que cabe ao pesquisador a busca para revê-la e torná-la visível aos olhos da razão.

Logo, ainda nesta esfera de rupturas, Bachelard afirma que a ciência se opõe à opinião. Que o senso comum e suas formas de expressão são manifestações da opinião que temos sobre certo conceito e que não representam nem têm valor de conhecimento científico. Ele chama a atenção para o risco das impressões primeiras e do pensamento simplista como alguns dos obstáculos epistemológicos ao desenvolvimento do espírito científico.

> A opinião pensa mal; ela não pensa, traduz necessidades em conhecimentos. Ao designar os objetos pela sua utilidade, coíbe-se de os conhecer. Nada se pode fundar a partir da opinião; é necessário, antes de mais destruí-la. Ela constitui o primeiro obstáculo a ultrapassar (BACHELARD, 2001, p. 166).

Em toda a Ciência, e em particular na Matemática, o objeto de trabalho não se encontra visível, mas pelo contrário, é preciso ultrapassar as aparências, as imagens criadas para determinados conceitos, pois elas são fonte de enganos, de erros. O conhecimento científico destes conceitos precisa se fundamentar por meio da superação de erros, num processo constante de ruptura com o que se pensava como conhecido.

O aluno ingressante em um curso de Licenciatura em Matemática, mesmo que não traga ainda um conceito formal e abrangente sobre os números reais, traz um conjunto de imagens conceituais criadas a partir da percepção ou intuição que ele tem de um conceito formado na comunidade, científica ou não, fruto de sua vivência escolar durante o Ensino Fundamental e Médio, e que, corretos ou não na visão da teoria matemática, fazem parte de seu conhecimento, do seu saber a respeito deste conjunto numérico. Diante de um novo problema matemático, os alunos tendem a consultar essa sua imagem sobre elementos que envolvem o problema e podem contrariar as expectativas do professor que espera uma resposta baseada na definição formal, no conhecimento científico dado por ele. Essa imagem do aluno pode ou não ser coerente com o conhecimento científico, mas o certo é que está associada a este conhecimento, contendo representações mentais como imagens de representações visuais, impressões, experiências e propriedades, formando assim o conceito por ele conhecido.

As representações mentais podem revelar-se por meio de palavras ou símbolos matemáticos e também podem não ser as mesmas para toda situação. No momento em que o aluno é estimulado por uma situação, uma das formas de representação deste conhecimento é buscada em sua mente e, por muitas vezes, não se compõe em um todo coerente. Uma particularização do conhecimento conhecido pelo o aluno é a que ele expressa em forma de palavras.

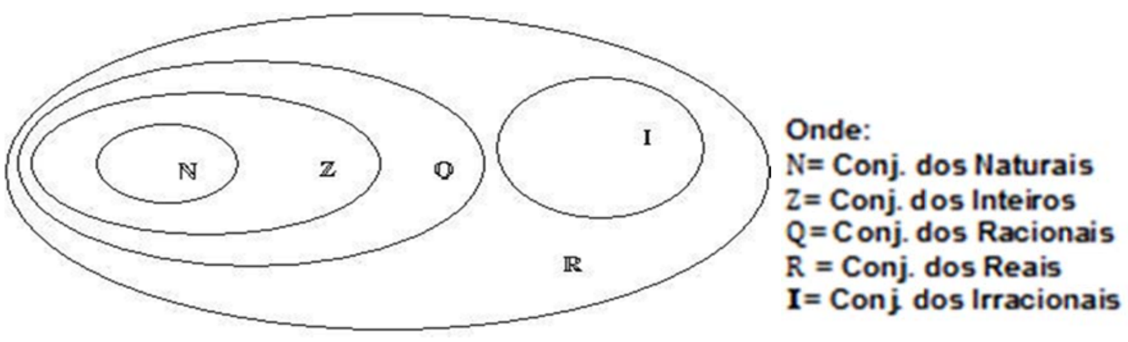
Em particular na matemática, todo conceito, exceto os primitivos, tem definição formal, alicerçada no conhecimento científico. O conceito concebido pelo aluno pode ser uma reconstrução pessoal de uma definição formal, sem que ele e a definição do formal do conceito matemático tenham necessariamente significados coincidentes, coexistindo de forma independente sem interação.

Com base no seu conhecimento geral, do senso comum, para o aluno ter para si uma representação mental sobre um conceito matemático, não é necessário que o relacione com um determinado nome do conceito formal. Por exemplo, um aluno pode não ter qualquer conhecimento relacionado ao “nome” densidade, mas pode demonstrar seu conhecimento sobre esta propriedade dos números reais, se for perguntado diretamente sobre o conhecimento que possui relativo a esse conceito matemático. Dependendo da questão, o aluno pode afirmar que entre dois números reais quaisquer e distintos, sempre existe outro número real diferente deles.

Assim, uma imagem, uma palavra utilizada com a função de expressar características e propriedades de objeto matemático de estudo também compõe o conjunto de obstáculos epistemológicos descritos por Bachelard (2001). O uso abusivo de verbetes familiares, que refletem o pensamento em seu estágio primitivo, o hábito de recorrer a um aparato metafórico para significar e transmitir o que se observa, impede a visão abstrata dos diversos conceitos matemáticos, muitas vezes única para seu entendimento, como por exemplo, questões relacionadas à infinitude dos conjuntos numéricos. Isto anula a leitura sobre o olhar da razão de problemas reais, alimentando-se o conhecimento cada vez mais do concreto e de imagens comuns.

Sobre isso, Bachelard discorre em suas obras quando fala a respeito do uso de analogias, metáforas e imagens na construção do conhecimento científico. E também no domínio da educação, tanto sobre a utilização destes artifícios em livros didáticos, por meio de ilustrações e discursos, quanto de sua utilização pelos professores. Tais recursos da linguagem e do pensamento são inerentes à razão humana que por sua vez se apropria propositadamente delas como meio de associar conhecimentos "menos familiares" (o desconhecido) aos "mais familiares" (o conhecido).

No trabalho de Cunha (2007) há um claro exemplo de como o uso de uma imagem como representação simplista pode se transformar em obstáculo à aprendizagem das relações entre os conjuntos numéricos. Uma das questões de investigação apresentava o esquema abaixo, comumente utilizado em livros didáticos do ensino fundamental como forma de representar o conjunto dos números Reais como expansão natural e necessária a partir dos Naturais. A questão oferecia ao aluno a conclusão de que, através da análise da representação, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ é equivalente a $\mathbb{N} < \mathbb{Z} < \mathbb{Q} < \mathbb{R}$? Onde $\subset$ significa "está contido em" e $<$ significa "menor numero de elementos que". A enumerabilidade e a cardinalidade dos conjuntos são objetos de averiguação neste momento.



Na pesquisa de Cunha (2007), a análise das respostas mostrou que o diagrama utilizado por vários professores de matemática do ensino fundamental, como transposição didática, para representar/demonstrar as relações entre os conjuntos numéricos parece ainda ser motivo de falhas na compreensão de conceitos. O desenho geométrico como representação dos conjuntos leva o aluno a adquirir a imagem de um conjunto finito e limitado. Também aparece a confusão causada pela visão geométrica de que a relação de inclusão entre dois conjuntos traz consigo a noção de que um deles necessariamente é maior, em número de elementos, que o outro.

Grande parte das respostas dadas a esta questão concordou com a ideia de que $A \subset B$ é equivalente a $A < B$, onde A e B são conjuntos quaisquer. E sabemos que isto não é verdade. O fato, por exemplo, dos Racionais serem uma complementação dos Inteiros que por sua vez são complementação dos Naturais, e o modo como normalmente são colocados aos alunos quando eles iniciam seu contato com os conjuntos numéricos, contribuem para esta ideia errada. A infinidade de elementos de cada conjunto passa despercebida, ofuscada pela visão geométrica do diagrama. O modelo sobrepõe a abstração.

Para Bachelard (2001), conhecemos com a razão, logo as imagens representam um estágio do ato de conhecer, de natureza efêmera e provisória que deve ser descontruído imediatamente para a construção do verdadeiro saber científico. Para o autor, as imagens são ao mesmo tempo boas e más, indispensáveis e prejudiciais, alertando para os cuidados que se deve ter quando se pretende estabelecer correlações entre domínios de gêneros diferentes.

Bachelard não defende a impossibilidade de utilização de metáforas e imagens, mas sua posição é de que a razão não pode se acomodar a elas, devendo estar pronta a desconstruí-las a todo o momento em que o processo de construção do conhecimento científico assim exigir.

Durante um processo de aprendizagem, em que um conceito científico é empregado, professores esperam que o aluno ative seu conhecimento sobre a definição, contudo é difícil treinar um sistema cognitivo para reagir contra sua natureza e forçá-lo a consultar definições formais dadas e não construídas. Pode não ocorrer o esperado já que na maioria das vezes, as respostas para uma tarefa cognitiva são apresentadas por generalizações conceituais que o aluno tem sobre o tema.

Segundo Bachelard (2001), em ciência nada é natural, nada é dado, tudo é construído. E esta construção não se dá buscando uma relação coerente entre o conhecido e o que se deve conhecer, mas pela desconstrução do primeiro para a construção do segundo de modo a obter um processo de aprendizagem que possa ser considerado consistente.

Portanto, detectar, conhecer, romper com os pré-conceitos do aluno e construí-los à luz do conhecimento científico são passos importantes no planejamento de uma sequência de ações didático-pedagógicas eficaz que substitua a sequência lógico-formal adotada usualmente, de modo a transformar as representações conceituais sobre os números reais, já presentes entre os ingressantes da licenciatura, numa representação teórica global e que efetivamente instrumentalize para trabalho na escola básica.

Bachelard (2001) chama esta pedagogia de consciente, denotada por novas práticas que rompem com os paradigmas cartesianos-lógicos-racionais e com a apreensão da realidade pelos dados do senso comum.

Tal concepção epistemológica indica aos cursos de formação de professores a adoção de metodologias que deem privilégio a uma pedagogia em constante ruptura com o conhecimento usual, sem ensinar diretamente as respostas certas. Nesta pedagogia o erro instrui por meio de dinâmicas que coloquem o conhecimento em permanente estado de crise, criando uma constante necessidade de retificação, pois "chega uma altura em que o espírito gosta mais daquilo que confirma o seu saber do que daquilo que o contradiz, prefere as respostas às perguntas" (BACHELARD, 2001).

A atividade intelectual acadêmica se dá em ambiente de dúvida e inquietação com a realidade. Na prática pedagógico-científica, o professor formador precisa ser menos alguém que ensina para ser mais alguém que desperta, provoca, estimula, questiona e se deixar ser questionado. Com este posicionamento o professor permite o estabelecimento de relações pedagógicas colaborativas, abertas e construtivas de modo a tornar a prática pedagógica mais científica e a científica mais pedagógica refletindo a ação de uma na outra. Assim, tanto para a ciência quanto para o espírito científico, o conhecimento representa a resposta a uma dúvida, e por isso o professor formador deve procurar estimular no aluno sua curiosidade, sua capacidade de inquietar-se frente às novas questões e de sentir-se permanentemente inconformado com o que concebe como conhecido, com o senso comum e com o conhecimento estabelecido, pois são formas de desconstrução da ciência.

A prática pedagógica compreendida por Bachelard acontece dentro de uma “interpedagogia do ensino”, isto é, aquele que aprende só saberá verdadeiramente quando sua aprendizagem se unificar com a prática de ensinar. Ensinar é a melhor maneira de aprender, ou seja, só aprende que ensina. “Saber é ser capaz de ensinar” (BACHELARD, 2001).

Assim, para que o aluno da Licenciatura em Matemática esteja capacitado a ensinar, faz-se necessário um processo de reconstrução do saber a ser transmitido, e isto se dá por meio de uma reorganização coerente do pensamento que não ocorre por mera reprodução do dito, por meio das respostas prontas, da apresentação formal de um conceito matemático simplesmente. Não se adquire um conceito por mera constatação.

Faz-se importante considerar uma formação multidisciplinar e interdisciplinar de tal forma que um conceito matemático possa ser visto e compreendido por meio de conhecimentos e métodos “pertencentes” a outras ciências, sendo ora um objeto de estudo da outra. Este caráter multi/interdisciplinar amplia a formação do aluno e o exercício do seu pensamento, contribuindo para o desenvolvimento da sua autonomia intelectual, tornando-a independente e capaz de atitudes científicas no seu futuro profissional.

> Assim, é de fundamental importância desenvolver práticas e metodologias que levem o aluno a pensar criticamente, a desenvolver sua própria autonomia intelectual, a desenvolver uma atitude de busca de aprender num processo contínuo a partir de um pensamento dialetizante, a utilizar conceitos e novas elaborações, como instrumento de construção e reconstrução de novos saberes. (FONSECA, 2008, p. 369).

O desenvolvimento do pensamento crítico leva ao desenvolvimento de práticas pedagógicas também críticas que estabelecem diálogos multidisciplinares com outras áreas do conhecimento por meio da formulação permanente de novos problemas. Assim, o verdadeiro educador precisa reconhecer-se em estado de “infância cerebral” (FONSECA, 2008).

Outra revolução da epistemologia de Bachelard está em conceber o erro a partir de uma perspectiva positiva, não denotando a ele significados sinônimos de fracasso, retrocesso, mas admiti-lo como elemento de integração necessário ao processo de evolução e desenvolvimento do espírito científico, já que o conhecimento científico é construído a partir da retificação dos erros. O erro não pode ser visto como algo a ser combatido, buscando eliminá-lo durante a aprendizagem, mas como peça a ser usada na reconstrução do pensamento.

O erro constitui obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos, tanto para o professor quanto para o aluno. A superação dos erros deve ser passagem obrigatória na construção do conhecimento científico, já que é por ele que o processo de aprendizagem do aluno é desencadeado e é também por meio dele que o professor consegue perceber as concepções anteriores deste aluno, compreendendo os obstáculos subjacentes, de modo a planejar sua ação de ensino.

Cada erro necessita ser objeto de análise por parte do professor, por não ser casual, natural, mas por estar conectado a um conhecimento anterior do aluno que apresenta significado a ele, que faz algum sentido. Há dificuldades que são próprias dos conceitos e das operações matemáticas, e estas não devem ser entendidas como obstáculos. É fundamental que o professor tenha capacidade de fazer distinção entre uma e outra para direcionar seu trabalho, visto que o tratamento didático deve ser diferente para ambos. A adoção de uma estratégia didática para lidar com os verdadeiros obstáculos epistemológicos não pode ser a mesma adotada no caso das dificuldades conceituais.

Logo é errado o professor que acredita ser sempre possível reconstruir alguma ideia errônea pela justaposição de outra ideia cientificamente correta, pela repetição, sem considerar que o aluno ingressa na escola com conhecimentos empíricos constituídos. O espírito científico não começa a ser desenvolvido quando o aluno adentra a sala de aula. Vista por este ângulo, a concepção da matemática como uma ciência dogmática, infalível, constituída somente de acertos é substituída por uma concepção mais aberta, falível e dinâmica, em que o erro é encarado como parte do processo de construção do conhecimento ao invés de uma heresia que fere o íntimo de suas bases de sustentação.

O erro tratado dessa maneira indica que sua suplantação não só é possível, como necessária a aprendizagem. Mas indica também que esta nunca é definitiva, visto que o erro se faz presente nos estágio de construção do conhecimento científico, exigindo um espírito científico permanentemente alerta e vigilante intelectualmente. Os conceitos anteriores dos alunos passam então a ser interpretados como um conjunto de erros necessários ao desenvolvimento do seu pensamento em prol do desenvolvimento do conhecimento científico e, por isso, devem ser percebidos, observados, compreendidos e analisados criticamente. O resultado desta análise e também de como se chegou a ele precisa retornar ao aluno para que não cometa os mesmos enganos e equívocos anteriores. Assim, ciente de seus erros e do procedimento utilizado para superá-los, o aluno formado na licenciatura em Matemática pode se munir deste saber e reproduzi-lo aos seus alunos da escola básica, instrumentando-os desde já para a superação e retificação dos erros de modo a formar um circulo positivo de construção do conhecimento científico referente aos conceitos matemáticos.

2.2. A Formação Profissional na Licenciatura em Matemática.

Para desenvolver este tópico, antes se faz necessário explicitar o significado das expressões “matemática acadêmica” e “matemática escolar”, que dão sustentação a esta parte do referencial teórico utilizado nas investigações, nas análises e nas considerações finais da pesquisa.

Estes termos são aqui, neste trabalho, considerados a partir da perspectiva teórica de Moreira (2004, p. 18) que define

> as expressões *matemática acadêmica* e *matemática científica* como sinônimos que se referem à matemática como um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais. E *matemática escolar* referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em matemática. Com essa formulação, a matemática escolar inclui tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, como também resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos etc.

Sua concepção de matemática escolar a distancia de identificá-la como uma “disciplina “ensinada” na escola, para tomá-la como um conjunto de saberes associados ao exercício da profissão docente” (MOREIRA, 2004, p. 18). Ou seja, não a reduz a uma versão elementar da matemática acadêmica. Na verdade as distingue em frente um conjunto de significados que normalmente é identificado como o nome de matemática.

É adotando essa concepção de matemática escolar que este trabalho foi desenvolvido. Uma concepção que ultrapassa a ideia de tratá-la como produto de transposição didática, como objeto de ensino criado a partir de uma transformação de um saber a ensinar, o que pode levar a um saber banalizado, próximo do senso comum. E isto deve ser evitado segundo a epistemologia de Bachelard.

Nas discussões a respeito dos conhecimentos necessários para a formação de um professor de Matemática o foco quase sempre cai sobre o domínio dos conhecimentos específicos da área, do Cálculo Diferencial e Integral à Análise Real, da Álgebra Linear e da Topologia, das Equações Diferenciais Ordinárias e das Funções de Variáveis Complexas. A montagem de uma matriz curricular de um curso de Licenciatura em Matemática hoje ainda, na maioria das vezes, passa primeiramente pela definição das disciplinas que darão ao futuro professor um avançado e profundo domínio da matemática científica. Este processo de definição da matriz curricular raramente passa por um questionamento, uma reflexão primeira de quais são os verdadeiros domínios da matemática necessários ao bom exercício profissional do ensinar matemática, tendo em vista o panorama escolar da atualidade, os desafios e problemas enfrentados na iniciação da prática docente e o que se deseja como produto final entregue pela escola à sociedade segundo os objetivos descritos nos PCN (BRASIL, 1998, 2000 e 2002a) da área da Matemática.

Na formação de outro grupo de profissionais da educação responsáveis por ensinar Matemática, os licenciados em Pedagogia, um processo mais complicado parece acontecer, visto que as matrizes curriculares dos cursos pouco ou quase nada incluem a respeito dos fundamentos da Matemática Elementar, limitando-se a algumas poucas horas de dedicação ao estudo dos conceitos matemáticos e práticas de como apresentá-los às crianças da Educação Infantil e do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Esta questão é bem discutida no trabalho de Gomes (2006).

No início, os cursos de licenciatura em Matemática eram construídos no modelo de formação chamado “3+1”, ou seja, três anos de formação específica (bacharelado) mais um ano de formação pedagógica que se resumia a apresentação de um conjunto de técnicas visando a transmissão dos conhecimentos adquiridos na formação específica, como integração da teoria com a prática.

Mudanças nesta estrutura começaram a ser feitas a partir da década de 1970 influenciadas pelas discussões sobre o papel político e social da educação, na qual se propunha a necessidade da formação do professor como educador, incluindo disciplinas como Sociologia e Política da Educação. Mas esta ação pouco contribuiu para a solução da integração da teoria matemática com a prática, visto que não tratava diretamente dos conhecimentos das disciplinas específicas e como lecioná-las.

Uma proposta de “solução” surge na década de 1980 com as chamadas disciplinas integradoras, em que uma disciplina, em cada período do tempo de formação do licenciado, é escolhida como “condutora” do processo de integração entre teoria e prática docente. Os resultados apresentados pelos cursos que investiram nesta ideia não parecem ter resolvido o problema segundo o estudo de Diniz-Pereira (2000) que destaca ainda a necessidade de superar algumas dicotomias e desarticulações existentes nestes cursos, a desvinculação das disciplinas de conteúdo e pedagógicas e a evidência do distanciamento existente entre a formação acadêmica e as questões colocadas pela prática docente na escola.

Esta constatação entre outras é fruto de diversos trabalhos realizados a partir dos anos noventa, focados no processo de formação dos professores que ensinam Matemática,

> (...) sobretudo na formação inicial, a necessidade de conhecer e discutir as culturas e as práticas escolares existentes e a reflexão sobre as dicotomias ainda existentes na licenciatura – teoria e prática; escola e universidade; e conteúdos específicos e pedagógicos (GAMA, 2009, p. 119).

Nesta pesquisa a autora analisa 28 dissertações e teses brasileiras que tratam do início da carreira docente em diversas áreas, destacando os desafios e as dificuldades enfrentadas pelos professores em início de carreira e fornecendo as recomendações desses estudos quanto a novas estratégias e processos de ensino que venham favorecer e potencializar o fazer e o ser profissional do professor que ensina Matemática ainda durante sua formação. Seu trabalho apresenta um significativo interesse dos investigadores por aspectos relacionados à aprendizagem e aos saberes docentes mostrando que

> o processo de formação de professores é fruto de aprendizagens formais, informais e sociais, adquiridas ou construídas a partir de várias fontes e formas. (...) destacaram a valorização dada ao saber prático pelos professores em início de carreira. (GAMA, 2009, p 107).

Alguns destes trabalhos, realizados no final dos anos 1990, acabaram por influenciar as novas Diretrizes Nacionais de Formação Inicial de Professores para a Educação Básica em Nível Superior (2001) que propuseram o aumento das horas de estágio durante os cursos de licenciatura como espaço de articulação entre teoria e prática durante a formação inicial. Este fator fez com que alguns cursos de licenciatura em Matemática refletissem e se movimentassem a favor da proposta, visando superar o modelo tradicional “3+1”. Mesmo assim, estudos posteriores como os de Fiorentini e Castro (2003, p. 153) destacam que “embora aconteçam num mesmo tempo, teoria e prática podem apresentar-se apenas justapostas, não se estabelecendo entre elas uma relação efetivamente dialética”. Geralmente, as poucas disciplinas de Práticas de Ensino e o Estágio Supervisionado continuam sendo os únicos momentos de contato e experiência do licenciado em formação com a sua profissão, dentro dos programas curriculares.

Revela-se assim, uma continuidade histórica da falta de articulação entre os conteúdos específicos da Matemática ensinados na universidade e os da prática docente efetivamente trabalhados nas escolas. Este fato acaba se refletindo em dificuldades com os conteúdos matemáticos da escola básica pelos recém formados, visto o distanciamento que se forma entre a dita Matemática Acadêmica (ou Científica), tomada como saber fundamental pelos cursos de licenciatura em Matemática, e a Matemática Escolar, ou seja, o conjunto de saberes que fundamenta e estrutura a profissão docente do ensinar Matemática.

Uma visão ampla do distanciamento entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar nos é fornecida pelo trabalho de Rocha e Fiorentini (2009) em que são relatadas as percepções e reflexões de egressos da licenciatura em matemática da Unicamp, em início de carreira, a respeito de seus processos de formação acadêmica e profissional, envolvendo entre outros aspectos as contribuições e limitações da licenciatura no desenvolvimento profissional de cada um durante os primeiros anos frente a uma sala de aula. Neste trabalho, os autores expõem que ao iniciar a docência, o professor depara-se com uma prática complexa que coloca em xeque suas crenças, suas concepções e os saberes construídos até então. Momento em que o professor produz novas percepções e passa a reconstruir seus saberes em função da construção de uma identidade profissional na sua função docente.

Os resultados desta pesquisa revelam que mesmo que para 43% dos investigados a maior contribuição da licenciatura foi o conhecimento fornecido pelas disciplinas de conteúdos avançados de matemática como Análise Real, Matemática Discreta e Cálculo, para 81% foram as disciplinas pedagógicas como as Práticas de Ensino de Matemática e o Estágio Supervisionado que mais contribuíram para sua constituição e desenvolvimento profissional.

Para o primeiro grupo, o domínio da matemática acadêmica proporcionou "maior segurança e autonomia ao trabalho docente". Quanto ao segundo grupo, as disciplinas pedagógicas proporcionaram momentos de reflexão e aprendizagem sobre como ensinar e ser professor, além de terem possibilitado também a consciência da necessidade de buscar interpretar sempre o que acontece em sua prática docente (ROCHA; FIORENTINI, 2009). Segundo os próprios investigados, vários pontos relacionados diretamente ao desenvolvimento profissional dos professores iniciantes merecem atenção. Entre eles destacamos:

i. mesmo os que vêem no conhecimento matemático específico a maior contribuição oferecida pelo curso, questionam o fato deste conhecimento não atender às necessidades conceituais da docência no Ensino Básico;
ii. falta de um estudo aprofundado a respeito dos conteúdos da Matemática Escolar. Disciplinas como Cálculo, Análise e Álgebra deveriam ser ministradas voltadas também à formação compreensiva, com ênfase na compreensão lógica, epistemológica, semiótica e histórica do que está sendo ensinado, e não somente técnica-formal que enfatiza um domínio amplo da disciplina, incluindo conceitos e princípios gerais da matéria, modelos teóricos, tendências e estrutura interna da disciplina, bem como a compreensão dos processos de sistematização e validação de seus conhecimentos;
iii. necessidade de articulação entre a formação inicial e o campo de trabalho profissional nas escolas. 48% citaram a necessidade de buscar, sozinhos, um domínio compreensivo do conteúdo através do estudo de textos diferentes dos a eles apresentados na licenciatura, "que discutem aspectos conceituais e semânticos do conteúdo, tendo em vista a perspectivas de

ensiná-los" e não apenas limitar-se a "reproduzir conteúdos e exercícios dos livros didáticos";

iv. sentimento de que universidade é muito distante da sala de aula e a consciência de que nenhum curso de graduação é capaz de fornecer uma formação completa. Por melhor que seja, os cursos não conseguem formar professores completos e o melhor que podem fazer é ensinar o futuro professor a buscar o que necessita, quando necessita. É preciso se munir e dominar ferramentas de ensino, adaptando-as a realidade do momento, como meios de enfrentar os desafios da prática;

v. entendimento de que a formação se dá num processo contínuo e que somente a graduação não e capaz de fornecer os subsídios que a complexidade da prática docente exige;

vi. visão inicialmente distorcida das disciplinas didático-pedagógicas, imaginando-as como um conjunto de técnicas para ensinar determinados conteúdos e não como espaços de interlocução sobre a prática profissional relacionando a realidade vivenciada nas escolas com o que era desenvolvido nestas disciplinas;

vii. 33% sentem falta de "mais espaço para discussão de problemas e da organização do trabalho pedagógico e escolar" como a dificuldade de ensinar matemática para crianças com necessidade especiais, a maneira como funciona o acesso às aulas nas redes estadual e municipal de Ensino, a falta de recursos para se colocar em prática as aulas conforme planejadas na universidade, como preencher um diário de classe ou mesmo fazer um plano de curso ou de aula; gestão e controle de classe: indisciplina, falta de interesse e falta de motivação dos alunos para a aprendizagem, dificuldades na relação professor-aluno.

Algumas sugestões são colocadas pelos professores investigados buscando superar as dificuldades por eles descritas anteriormente, principalmente no item vii:

- ✓ 43% sugerem o aumento ou o redimensionamento das atividades ou disciplinas da formação inicial, abrindo "espaço para estudos, reflexões e investigações sobre a prática de ensino da matemática nas escolas atuais";
- ✓ 24% pensam que uma alternativa é repensar as disciplinas de Psicologia de modo a fornecer conhecimento sobre "o universo dos adolescentes, suas manias, preocupações, oportunidades", e não somente as teorias do desenvolvimento humano (Piaget e Vygotsky), preparando o futuro profissional para "[re]conhecer as dificuldades dos alunos".
- ✓ aumento da carga horária destinada aos programas de Estágio, se possível, colocando-os durante todo o curso desde o início além de estudar a "possibilidade de promover uma formação continuada na forma do estágio".

Em síntese, as visões dos professores recém-formados investigados, convergem para a opinião de que

> (...) não foram propriamente as disciplinas da graduação que contribuíram para seu desenvolvimento profissional, mas o modo como elas foram organizadas e desenvolvidas como instância de reflexão e investigação sobre a prática e, principalmente, a partir delas e do diálogo com colegas e formadores, saberes docentes fundamentais à sua prática profissional. (ROCHA e FIORENTINI, 2009, p. 135).

Há também o consenso de que a participação em projetos de iniciação científica, na área de ensino de matemática, proporcionou mais robustez na construção dos saberes docentes em Educação Matemática, com o desenvolvimento de competências e habilidades diretamente voltadas a uma "prática docente mediada pela reflexão e pela investigação". Sentem que, na prática, somente os conhecimentos e habilidades adquiridos na graduação não são suficientes para a formação de saberes necessários na lida com a realidade complexa e dinâmica das escolas na atualidade.

Mudando a ótica sobre questões que envolvem a formação do professor que ensina matemática para a de quem forma e não de quem é formado, considerações relevantes são fornecidas pelo trabalho de Pires (2006), integrante do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP. Nele a autora, por meio de recortes das dissertações de mestrado de Silva (2004) *"A atual legislação educacional brasileira para a formação de professores: origens, influências e implicações nos cursos de Licenciatura em Matemática"*, e de Santos (2005) *"Conteúdos matemáticos da Educação Básica e sua abordagem em cursos de licenciatura em Matemática"*, ambos do mesmo programa da PUC/SP, apresenta os resultados de entrevistas feitas com coordenadores de cursos de licenciatura em Matemática por meio de um fórum virtual, sobre o processo de formação inicial e continuada em suas unidades.

Os entrevistados são de quatro instituições do estado de São Paulo, sendo uma federal, uma estadual, uma particular e outra comunitária. Os questionamentos buscaram obter dos entrevistados informações de como ocorre a articulação entre as disciplinas do curso e a prática, de como esta é discutida com o corpo docente, principalmente entre as disciplinas referentes aos componentes curriculares matemáticos e pedagógicos. Também de como é feita a abordagem dos conteúdos matemáticos no curso e como funciona a articulação destes com os que serão efetivamente ensinados pelos egressos na educação básica nas escolas.

Com relação à sua atuação, aos desafios frente às atribuições como coordenadores, demonstraram enfrentar dificuldades no que se refere a liderar a discussão, junto ao corpo docente, de temas relacionados às competências profissionais e à prática reflexiva, em quebrar paradigmas e inserir novas experiências de caráter metodológico e didático, em suma, discutir e buscar soluções coletivas para melhorar o projeto pedagógico do curso. Isto porque analisar e discutir o projeto pedagógico não é uma das principais ocupações do cotidiano profissional, dedicando muito tempo às questões burocráticas ou em "apagar incêndios" nas relações aluno-professor. Assim, o projeto pedagógico acaba sendo feito isoladamente pelo coordenador que não consegue se reunir com seu grupo de professores que o colocarão em prática ou até mesmo o recebe pronto da instituição.

Outra dificuldade em relação ao projeto é a disputa entre grupos com diferentes concepções sobre a formação dos futuros professores, entre matemáticos e educadores matemáticos:

> É, são dois grupos: um acredita naquilo que está sendo proposto e o outro grupo critica, mas não propõe nada de novo. E esse grupo, a fala deles, é

> que com essa proposta nova de curso o aluno vai sair com pouca Matemática. (Coordenador da Inst. Particular, PIRES, 2006, p. 116)
>
> Alguns professores são muito acessíveis e auxiliam nosso trabalho, inclusive são preocupados com a qualidade da licenciatura. (...) Mas esse grupo é pequeno no departamento. O departamento aqui tem uma tradição muito grande em Matemática pura e assim... demoraram para assimilar a ideia do curso de licenciatura quando ela foi implantada (...) (Coordenador da Inst. Estadual, PIRES, 2006, p. 116)

Assim, a lista de problemas considerados como de alta prioridade para esse grupo de coordenadores é grande e variada. No entanto, há dois destaques: "a falta de conhecimento matemático" dos ingressantes e a inexistência de uma visão interdisciplinar, da necessidade de romper fronteiras "que separam os componentes curriculares e os tornam estanques".

> Primeiro o nível de chegada dos alunos. Esse é o problema número um. Nós temos alunos semianalfabetos ... que mal sabe ler. Escreve o nome dele, lê muito mal. (Coordenador da Inst. Particular, PIRES, 2006, p. 117).
>
> Alta prioridade de resolução... O diálogo das disciplinas... as disciplinas não se falam... na prática ainda está difícil de montar (Coordenador da Inst. Comunitária, PIRES, 2006, p. 117).

Outra fala importante neste contexto é a do coordenador da instituição federal em relação às dificuldades para quebrar as tradições e inserir novas experiências de caráter metodológico e didático:

> (...) os professores têm sua história, foram formados naquele esquema de aulas expositivas e tudo mais... já fizemos muitas transformações, mas são difíceis, são lentas... esse é um dos problemas, e o outro problema é a própria estrutura de tudo... você pega, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, existe ali a ementa, certo? Que o professor precisa desempenhar aquilo, de um certo modo. Será que o professor poderia lecionar só a metade daquilo lá e fazer o resto tudo em projetos, trabalhos? Então fica complicado, por que se um professor faz isso ele vai quebrar o sistema ali e o que vem depois diz: "mas você não ensinou isso, como é que eu faço agora?"(PIRES, 2006, p. 117)

Frente às novas demandas da legislação, das Diretrizes Nacionais de Formação Inicial de Professores para a Educação Básica em Nível Superior (2001), a autora observou que reflexões foram feitas, mas que as reformulações dos cursos estavam ainda "no papel" ou em fase de implementação, adaptando os cursos às novas instruções oficiais visando superar o modelo “3+1” com a inserção de disciplinas ligadas à formação do educador e do professor de matemática. Para os coordenadores, “o que a legislação prescreve está muito longe da realidade dos cursos”. Entendem que o previsto na legislação é utópico e que para se conseguir fazer tudo o que a legislação propõe, antes teriam “que parar os cursos de licenciatura por um bom tempo e formar quem vai dar aula na licenciatura” (PIRES, 2006, p.118).

Questionados, quanto à importância dada às competências profissionais do professor, se ocorre ou ocorreu algum estudo conjunto ou discussão sobre a Resolução CNE/CP1/2002 ou sobre algum texto referente à formação de professores, se há restrições a ela, como estão contempladas no projeto do curso de Licenciatura em Matemática, como vem sendo implantadas, quais os aspectos envolvidos nesse processo, as respostas indicam que sua incorporação ao curso parece não ocorrer, ficando somente no papel e que algumas competências são contestadas e consideradas “marginais”, por não estarem presentes na grade curricular do curso em forma de componente curricular ou conteúdo. (BRASIL, 2002b).

Um dos artigos da Resolução CNE/CP1/2002 propõe que “a aprendizagem deverá ser orientada pelo princípio metodológico geral, que pode ser traduzido pela ação-reflexão-ação e que aponta a resolução de situações-problema como uma das estratégias didáticas privilegiadas”. (BRASIL, 2002b). Os depoimentos dos coordenadores relatam que nas discussões sobre formação de professores, houve consenso de que esta formação

> deve possibilitar uma relação de autonomia no trabalho, que lhe permita criar propostas de intervenção pedagógica; lançar mãos de recursos e conhecimentos pessoais e disponíveis no contexto; integrar saberes; ter sensibilidade e intencionalidade para responder a situações reais, complexa, diferenciadas. (...) ser capaz de apropriar os saberes já produzidos pela comunidade educativa para elaborar respostas originais. (PIRES, 2006, p. 120)

Mas ao mesmo tempo revelaram que “a implementação de ações metodológicas que privilegiem a ação-reflexão-ação e resolução de problemas encontra muita resistência por parte do corpo docente” (PIRES, 2006, p.120). Os registros do coordenador da Instituição Estadual no fórum apontam o fato de muitos dos professores não terem formação em Educação Matemática ou em Educação ou até mesmo não terem feito uma Licenciatura acaba por acentuar a dicotomização entre as disciplinas voltadas para a formação de professores e as específicas da Matemática, sendo diferente o modo de trabalho entre umas e outras. Criticam o excesso de competências, apontadas na legislação, a serem contempladas num curso de formação inicial, mas por outro lado, afirmam “é possível iniciar um processo de conscientização na formação inicial, que deverá ter continuidade durante toda a vida profissional do docente” (PIRES, 2006, p. 121).

Na discussão sobre a articulação entre os diferentes componentes curriculares do curso e também sobre a prática de ensino e estágio supervisionado, apesar dos depoimentos revelarem uma visão de unidade entre teoria e prática, inclusive com a citação de que é possível até mesmo em aulas expositivas, que independem do local, nota-se que quando se fala em prática são citadas atividades relacionadas ao uso de laboratórios, recursos de informática (internet e *softwares* didáticos) e audiovisuais, materiais concretos manipuláveis pelos alunos para construções geométricas, análise de coleções de livros didáticos, mas tudo por meio de uma disciplina específica para tais fins, nos moldes de uma disciplina integradora.

Alguns relacionaram a “dimensão prática” dos demais componentes curriculares com ações destinadas aos alunos, como o preparo de aulas simuladas numa disciplina de Instrumentação para o Ensino de Matemática “para fazer a transposição didática”, ou sair da sala de aula para fazer observações, entrevistas ou atuar num projeto de intervenção nas escolas.

Focando agora no modo como os conteúdos matemáticos da Educação Básica são abordados nos cursos de Licenciatura Matemática, o estudo de Santos (2005) partiu da análise de ementas de disciplinas de cursos ministrado em diferentes estados, concluiu “que a abordagem desses conteúdos se dá como mera revisão e como suporte para o estudo de outros conteúdos” (PIRES, 2006, p. 124). Logo depois, em sequência, fez entrevistas com os mesmos coordenadores da pesquisa de Silva (2004), após ter apresentado aos entrevistados alguns textos enfocando pontos de vista encontrados na literatura sobre o assunto, entre eles um texto inicial sobre as vertentes propostas por Shulman, questionando-os se estas vertentes são contempladas no curso que coordenam, e de que modo.

Aqui, parece conveniente abrir um parêntese para apresentar um resumo das ideias de Shulman. O modelo proposto por Shulman (1986, 1987, 1992 apud PIRES, 2006) considera que cada área do conhecimento tem uma especificidade própria e justifica a necessidade de estudo do conhecimento do professor, tendo em vista a disciplina que leciona. Shulman está se referindo ao conhecimento que o professor deve dominar para ensiná-la e identifica, e para isso, identifica três vertentes deste conhecimento do professor: o conhecimento do conteúdo de ensino da disciplina (conhecimento científico), o conhecimento pedagógico/didático do conteúdo da disciplina e o conhecimento do currículo.

Assim, se o conhecimento do conteúdo da disciplina a ser ensinada envolve sua compreensão e sua (re)organização, o professor precisa compreender esta disciplina a partir de diferentes perspectivas e ser capaz de estabelecer relações entre os vários tópicos do conteúdo disciplinar e também entre sua disciplina e as outras áreas do conhecimento. O conhecimento do currículo evidentemente engloba o conhecimento não só de objetivos e conteúdos, mas também dos instrumentos e materiais que o professor utiliza para ensinar sua disciplina, sua capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo a ser ensinado entre si, com outros componentes do currículo e com a história da evolução curricular deste conteúdo. Esse saber não está formalizado em teorias, mas traça diretrizes para o trabalho do professor em sala de aula.

O termo utilizado por Shulman para a última vertente que falta foi *“pedagogical contente knowledge”*, sendo traduzido por alguns autores como “conhecimento pedagógico disciplinar”, por outros como “conhecimento didático do conteúdo”. Independente do termo utilizado, refere-se à combinação entre o conhecimento da disciplina e o do modo de ensinar e de tornar o conteúdo da disciplina compreensível para o aluno. Incorpora a visão de conhecimento da disciplina como o saber a ser ensinado, incluindo os modos de apresentação e de abordagem do conhecimento do conteúdo da disciplina, as concepções e conhecimentos dos estudantes sobre a disciplina.

Retomando a pesquisa de Santos (2005) sobre o tratamento dos conteúdos da Educação Básica nos cursos de Licenciatura em Matemática, os relatos revelam que existem dificuldades em discutir o assunto, “tanto em razão da formação em “Matemática pura” dos professores, quanto pela falta de “tempo” para aprofundar a questão” (PIRES, 2006, p.125).

No entanto há tentativas no sentido de reverter esse quadro como, por exemplo, tentando na atribuição de aulas, olhar se o professor tem perfil para trabalhar com o curso de licenciatura, em lidar com estes conhecimentos tal como apresentados por Shulman.

Ainda segundo Santos (2005), o mesmo não acontece em relação ao conhecimento didático do conteúdo da disciplina, onde há preocupação em reverter a desarticulação entre conhecimentos matemáticos e didáticos e chama a atenção uma crença num “conhecimento intuitivo” de ensinar bem, numa habilidade pessoal de alguns professores.

Finalmente, em relação ao conhecimento curricular, Santos (2005) destaca que apenas em uma das instituições analisadas foi verificada uma ementa direcionada ao conhecimento do currículo. Apesar de haver indícios do planejamento de atividades didáticas e da elaboração de material didático específico para as atividades de laboratório de ensino, a fala dos coordenadores dá pistas de que esta abordagem não é trabalhada devido ao fato de não haver no curso professores especializados para esta tarefa. Mesmo assim, de modo geral, todos os demais consideraram que esta dimensão esteja sendo contemplada de modo satisfatório em seu curso.

> (...) esses conhecimentos do currículo de esquemas formais de teoria sobre a questão curricular a gente não discute muito não, acaba discutindo questões de materiais, de planejamento prático das coisas, mas não de uma forma que articula mais com a teoria. Mas acho que tem sido suficiente para os alunos que se dedicam na parte pedagógica dentro do curso em um bom desenvolvimento (Coordenador da Inst. Estadual, SANTOS, 2005, p. 87).

Os coordenadores também se posicionaram favoráveis à proposta de abordar conteúdos da Educação Básica, nos cursos de Licenciatura em Matemática e que esta abordagem “não é apenas uma revisão”. No entanto não é que revela a análise de ementas de disciplinas do curso, onde há claramente objetivos de revisão e de nivelamento dos alunos, o que comprova que existe sim esta abordagem, mas com a ideia de retomada, como amparo para outras disciplinas do curso e não visando a atuação do aluno como professor do Ensino Básico. Percebe-se esta realidade como natural, já que os mesmos coordenadores disseram que o maior problema enfrentado é o “semi-analfabetismo” dos alunos ingressantes, principalmente em relação aos conhecimentos matemáticos.

Por fim, Santos (2005) discute as reflexões dos coordenadores sobre a especificidade do saber docente a partir das ideias de Elbaz (1983 apud PIRES, 2006) que considera o contexto escolar como parte integrante dos conhecimentos dos professores. Esta face do conhecimento dos professores inclui os estilos de aprendizagem dos alunos, seus interesses, suas necessidades e suas dificuldades num repertório de técnicas de ensino e competências de gestão da sala de aula, vinculados a um profundo conhecimento dos conteúdos matemáticos, reais objetos de ensino.

Esses estudos são indicadores de que os cursos de licenciatura, quando não se esforçam para de distinguir dos cursos de bacharelado, permanecendo no “3+1”, ficam em dívida nesse aspecto na formação de seus professores. Há uma concordância em que o curso de licenciatura deva ser diferente do curso de bacharelado, por ter característica diferentes de formação, do produto final a ser entregue a sociedade. No entanto é visível uma forte inclinação de que quanto mais Matemática de especialista é ensinada, melhor é a formação do futuro professor.

> (...) embora haja a visão diferenciada que acha que a licenciatura tenha um caráter que não é o mesmo da formação de um bacharel que tem o objetivo de formar especialistas... , mas existe esse outro grupo também que, no meu ponto de vista ainda acha que se você formar um especialista que sabe muita Matemática ele vai da conta de ensinar Matemática em qualquer nível, e a gente vê que não é bem assim... (Coordenador da Ins. Estadual, SANTOS, 2005, p. 98).

Portanto, o que se percebe de toda esta discussão a respeito dos saberes e a formação do professor de matemática, é que vencer as dificuldades criadas pelos currículos exige mudança na própria formação profissional do professor, a partir do professor formador de modo a se estender a seus alunos da licenciatura. É necessário avançar os estudos nas abordagens no campo curricular, ampliando seu significado e repensar a forma como se desenvolve a formação docente. Este avanço necessita viabilizar o entendimento entre os saberes profissionais da área docente reforçando sua importância para a realização de práticas coerentes e conscientes com as necessidades e anseios dos envolvidos no processo de ensino. A atuação profissional docente exige uma constante atualização visando a criação de novas perspectivas de entendimento dos diversos conhecimentos necessários à elaboração e execução de uma formação de qualidade do professor e consequentemente de um ensino de qualidade.

2.3. O Conhecimento Sobre os Números Reais na Formação e Prática Docente do Professor de Matemática

A evolução histórica da construção do que hoje chamados de conjunto dos números Reais, desde a “descoberta” pelos gregos dos segmentos incomensuráveis até a construção elaborada por Dedekind, deu-se por meio de um caminho difícil e tortuoso num longo período de mais de dois milênios. Boyer (2002) cita em seu livro o fato de que em certa época pensava-se que a matemática se ocupava do mundo por meio de nossos sentidos e que somente no século dezenove é que a matemática pura se liberta das limitações sugeridas pela observação da natureza. A construção dos números reais se dá efetivamente no domínio do Cálculo e da Análise, onde a história dos números reais e a noção de limite se confundem. Hoje, percebemos o quanto o desenvolvimento destes componentes foi importante para uma solução definitiva da construção dos números reais. Entretanto, esta solução definitiva de forma independente da noção de limite é dada por Dedekind com seu postulado de continuidade partindo do conceito algébrico de corte. Além de Dedekind, Cantor, B. Russel e Cauchy também desenvolveram outras caracterizações para o conjunto dos números reais.

Mas as abordagens de Dedekind e de Cantor não foram feitas para ensinar a respeito dos números reais, mas sim para resolver um problema puramente matemático: a prova da existência de um corpo ordenado completo. Ambas partem do pressuposto de já estarmos de posse dos números racionais, com todas as propriedades de corpo ordenado.

Por este método axiomático, é apresentado ao aluno um conjunto munido de duas operações satisfazendo propriedades, definindo o que é corpo. Depois a relação de ordem compatível com as propriedades de corpo é definida, finalizando com o axioma do supremo que torna o corpo ordenado também completo. Esta abordagem formal é uma das maneiras de dar significado aos números reais, mas não é única e está longe de fazer parte do repertório a ser utilizado pelo professor da escola básica.

Na matemática escolar, o conjunto dos números reais é construído para solucionar problemas vistos como insuperáveis no âmbito dos números racionais. De modo não formal e não sistematizado, o estudo das propriedades e das relações envolvendo os números se realizou ao longo da história, envolvendo necessidades e operações de ordem prática e num tempo em que os números eram pensados em termos geométricos. Um estudo das produções históricas relacionadas à reta real permite refletir sobre a lógica da construção dos números reais.

Pensou-se por muito tempo que o conjunto dos números racionais seria o modelo adequado para a representação do modelo geométrico da reta, uma vez que possui a propriedade de densidade[2], assim como a reta real. Porém verificou-se depois que eram insuficientes para "preencher" todos os pontos da reta, faltava algo aos racionais que não os permitiam completar a reta. Este algo é uma propriedade essencial no modelo geométrico: a continuidade.

Existiam pontos (segmentos) correspondentes a números (medidas), como o obtido quando da medida da diagonal de um quadrado de lado 1 ($\sqrt{2}$), que não estavam no conjunto dos racionais, chamados de irracionais. Considerando agora os racionais unidos aos irracionais, todo ponto da reta corresponde a um número e todo número corresponde a um ponto da reta. Este fato de todos os comprimentos da reta poderem ser expressos por números é conhecido como a propriedade que faltava, a completude dos números. Agora definidos como números reais.

Assim, o que define os números reais são três categorias de propriedades: algébricas, de ordem e de completude.

As propriedades algébricas dizem que os números reais podem ser somados, subtraídos, multiplicados e divididos (exceto por 0), resultando em outros números reais sobas regras usuais da aritmética. A estrutura dos números reais é construída em torno de um conjunto por meio de propriedades exigidas da operação de adição e da de multiplicação. Essas propriedades são as leis associativas, as leis comutativas, a lei distributiva e as leis de identidade que definem o "0" como elemento neutro da adição e o "1" como elemento neutro da multiplicação. Conjuntos que apresentam essas propriedades algébricas são exemplos de corpos.

[2] de maneira simples, a propriedade de densidade demonstra que entre dois pontos quaisquer do conjunto numérico existem infinitos pontos.

As propriedades de ordem permitem a comparação do “tamanho” de dois números quaisquer. A partir destas propriedades é possível inferir as regras para desigualdades. Um corpo munido de regras que permitam comparar o tamanho de dois de seus elementos é chamado de corpo ordenado.

A propriedade de completude diz que existem números reais suficientes para “completar” a reta, de modo que não fiquem “buracos” ou “lacunas” nessa reta. Esta propriedade é que permite que muitos dos teoremas do Cálculo funcionem, fundamental para o entendimento do conceito de limite.

Diante deste panorama, com diferentes definições para o mesmo objeto, os números reais, surgem algumas questões: O que são, afinal, os números reais? Como conceituar, representar e dar significado aos números reais na Licenciatura, visando munir o futuro professor de instrumentos para vencer o desafio de construir este conjunto numérico, com suas propriedades, junto aos alunos na educação básica, uma vez que não podem dispor dos conhecimentos do Cálculo Diferencial e Integral e da Análise Real?

Algumas reflexões sobre estas questões e que se encaixam com o objetivo deste trabalho, de analisar a importância dada à concepção, à representação e aos significados dos números Reais necessárias à formação do professor de matemática da escola básica, são encontradas nos trabalhos de MOREIRA (2005), BARTO (2004) e SANTOS (2007).

O estudo de Moreira (2005) examinou o processo de formação no curso diurno de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), analisando as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados nesse processo e as questões que se colocam na prática docente escolar, restrito ao tema Números. Sua conclusão geral é de que no processo de formação inicial do professor, o conhecimento matemático é trabalhado a partir da perspectiva e dos valores da matemática acadêmica, do conhecimento científico, ignorando questões escolares que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores.

Barto (2004) investigou a dinâmica da produção de significados para a continuidade de funções de uma variável real, em alunos de um curso de pós-graduação e também na disciplina de tópicos de Cálculo. O estudo nos permite observar e entender um pouco como as experiências cotidianas são utilizadas pelos alunos na produção de significados para conceitos abstratos da Matemática, entre eles os de limite e continuidade em uma função de uma variável real. Conceitos estes que tem estreita ligação com os significados que os alunos têm em relação ao conjunto dos números reais.

Por fim, Santos (2007) realizou uma investigação de como os livros didáticos atuais do ensino básico desenvolvem a construção dos números reais, tendo em vista que historicamente, foi imprescindível o desenvolvimento e aprofundamento das ideias fundamentais do Cálculo, como a noção de limite e o conceito de continuidade, para que esta construção fosse concretizada.

Esses autores e outros citados em seus trabalhos compartilham a ideia de que os alunos apresentam dificuldades para um completo entendimento dos conceitos formais apresentados nas disciplinas de Cálculo e Análise, em geral, pelas dificuldades de entendimento dos conceitos relacionados aos números reais que aparecem no ensino de matemática, tanto do nível superior quanto na educação básica.

2.3.1. Os números reais na escola básica

Por que tratar aqui do tema números reais na escola básica se o problema deste estudo situa-se na formação do professor na licenciatura? A resposta passa pelo fato do tema "números reais" ser assunto das aulas de matemática, desde a sétima série do ensino fundamental. Também, porque é na licenciatura que os futuros professores são preparados para trabalhar com os assuntos ligados aos números reais. Assim, o que eles são, quais as relações deles na matemática escolar com a matemática acadêmica, quais as relações com o processo de formação do professor são todas questões que esta pesquisa procurar clarear.

Uma consulta aos PCN (BRASIL, 1998) dão indícios que seus elaboradores têm consciência do desafio de romper com as barreiras impostas aos elementos históricos necessários à construção dos números reais na educação básica. O documento expõe que os currículos de Matemática para o Ensino Fundamental precisam contemplar o estudo dos números e das operações, o estudo das formas e do espaço e o estudo das grandezas e medidas, por meio de uma aprendizagem desenvolvida gradualmente e em diferentes níveis de modo que os “novos conceitos” estabeleçam relações com os conceitos anteriores. Assim, colocam que no 3º e 4º ciclo além da consolidação de conceitos anteriores, serão “iniciados noções/ideias que vão se completar e consolidar no ensino médio, como é o caso do conceito de número irracional” (BRASIL, 1998, p. 49).

Dentre os objetivos propostos pelo documento para o Ensino Fundamental, destacamos as relacionadas ao pensamento numérico e a competência métrica:

> ampliar e construir novos significados para os números naturais, inteiros, racionais a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção;
>
> resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
>
> identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos;
>
> ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção; (BRASIL, 1998, p. 64-65 - Objetivos de Matemática para o 3º ciclo).
>
> ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir dos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos e reconhecer que existem números que não são racionais;
>
> resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
>
> selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais.
>
> Ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar os resultados de acordo com o grau de precisão desejável; (BRASIL, 1998, p. 81 e 82 - Objetivos da Matemática para o 4º ciclo).

Os PCN parecem reconhecer que boa parte destas barreiras é criada pelo modo com que os números irracionais têm sido trabalhados na educação básica, limitando-se quase que somente ao cálculo com radicais, o que pouco tem contribuído para o desenvolvimento de seu conceito entre os alunos e aponta como inadequado que um tratamento formal seja dado ao estudo desses números.

Partindo desse pressuposto e da alegação de que a ideia de numero irracional não é seguramente intuitiva, neste período escolar, o texto sugere algumas ações a serem desenvolvidas.

> Na perspectiva de que o aluno amplie e aprofunde a noção de número, é importante colocá-lo diante de situações em que os números racionais são insuficientes para resolvê-las, tornando-se necessária a consideração de outros números: os irracionais. Recomenda-se, no entanto, que a abordagem destes últimos não siga uma linha formal, que se evite a identificação do número irracional com um radical e que não se enfatizem os cálculos com radicais, como ocorre tradicionalmente.
>
> O importante é que o aluno identifique o número irracional como um número de infinitas “casas” decimais não-periódicas, identifique esse número com um ponto na reta, situado entre dois racionais apropriados, reconheça que esse número não pode ser expresso por uma razão de inteiros; conheça números irracionais obtidos por raízes quadradas e localize alguns na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso. Esse trabalho inicial com os irracionais tem por finalidade, sobretudo, proporcionar contra-exemplos para ampliar a compreensão dos números.
>
> Particularmente com relação aos cálculos numéricos com aproximação convém observar que no campo dos racionais ocorrem duas representações, a fracionária e a decimal, que pode ser: finita ou infinita periódica. (BRASIL, 1998, p. 83).

Já o PCNEM (BRASIL, 2000. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) e o PCNEM+, (BRASIL, 2002a). Orientações educacionais complementares aos PCN) discutem o ensino dos conhecimentos matemáticos com base em competências e habilidades a serem desenvolvidas com os alunos do Ensino Médio. Em raríssimos momentos é encontrada alguma referência explícita ao conjunto, muito menos ao processo de construção dos números reais, como se este processo já tivesse sido consolidado no ensino fundamental.

> O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
>
> O trabalho com números pode também permitir que os alunos se apropriem da capacidade de estimativa, para que possam ter controle sobre a ordem de grandeza de resultados de cálculo ou medições e tratar com valores

> numéricos aproximados de acordo com a situação e o instrumental disponível. (BRASIL, 2000, p. 44).
>
> Os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais. Para o desenvolvimento desse eixo, são propostas duas unidades temáticas: variação de grandezas e trigonometria.
>
> Os procedimentos básicos desse tema se referem a calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das operações no conjunto dos números reais e as operações válidas para o cálculo algébrico. Esse tema possui fortemente o caráter de linguagem com seus códigos (números e letras) e regras (as propriedades das operações), formando os termos desta linguagem que são as expressões que, por sua vez, compõem as igualdades e desigualdades.
>
> Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário."
> "Ainda neste tema, é possível alargar e aprofundar o conhecimento dos alunos sobre números e operações, mas não isoladamente dos outros conceitos, isto é, pode-se tratar os números decimais e fracionários, mas mantendo de perto a relação estreita com problemas que envolvem medições, cálculos aproximados, porcentagens, assim como os números irracionais devem se ligar ao trabalho com geometria e medidas. (BRASIL, 2002a, p. 120 a 122 - Temas Estruturadores do ensino de Matemática, Tema 1. Álgebra: números e funções)

Analisando todos os pontos citados, percebe-se que os PCN, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, sugerem uma abordagem superficial a respeito dos números reais.

Partindo desta constatação é que Santos (2007) investigou como os livros didáticos da educação básica abordam questões referentes ao ensino dos números reais. A autora observa em linhas gerais a predominância do universo algébrico na apresentação dos números reais e ausência quase total de tópicos a respeito da densidade dos números reais e de noções de limite e continuidade como elementos para construção do conceito de reta numérica. E se pergunta: "Qual o motivo dessa omissão? Qual a dificuldade em ser tratar, na educação básica, esses assuntos?" (SANTOS, 2007, p. 63). Por fim, a autora declara a presença de um "raciocínio circular" na definição dos números reais, sendo caracterizado pela união dos racionais e dos irracionais, mas sem definir claramente o que são os números irracionais, sendo apenas a parte dos reais que não são racionais.

2.3.2. Os números reais na licenciatura em matemática: dificuldades e limitações

Há algumas outras pesquisas em Educação Matemática que sinalizam dificuldades de compreensão dos números reais tanto em nível superior quando na educação básica. Penteado (2004) identifica dificuldades relacionadas ao tema. Entre elas estão a concepção de que duas grandezas são sempre comensuráveis; a confusão entre número e sua aproximação atribuindo o mesmo significado a ambos; a não distinção da cardinalidade dos naturais e dos reais segundo a teoria de Cantor; considerar as propriedades atribuídas a reta real válidas mesmo sem os números reais; não identificar que as representações 0,999... e 1 como sendo a de um mesmo número.

Sierpinska (1991 apud BARTO, 2004) relata uma experiência feita sobre o conteúdo de limites com alunos por meio de uma sequencia de atividades sobre séries infinitas focada no desenvolvimento histórico do Cálculo. Sua conclusão foi que “as noções de conhecimentos científicos sobre o infinito, função e números reais, constituem as principais fontes de obstáculos relativos ao conhecimento de limites” (BARTO, 2004, p. 10).

Preocupado com o papel da visualização no entendimento do Cálculo, Aspinwall (1997 apud BARTO, 2004) apresenta resultados de estudo em que a capacidade visual dos alunos de um curso de cálculo, representou obstáculos de aprendizagem, não só pela diversidade das imagens formadas pelo alunos, como também no uso das representações visuais por professores e os contidos em livros. Destaca que nos livros, por mais que os autores proponham cada vez mais o uso de gráficos visando aumentar a capacidade de entendimento do conceito pelo aluno, o dinamismo das imagens geradas por estes gráficos podem acabar por gerar imagens correspondentes, criadas pelo aluno, geradoras de problemas para a aprendizagem matemática do conceito ligado ao conteúdo.

Igliori e Silva (1999) em um estudo diagnóstico comparativo sobre a concepção de números reais entre alunos iniciantes e finalistas de cursos de exatas destacam que o processo de elaboração do que é um número real é conflituoso e que traz consigo elementos que durante muito tempo criaram dificuldades para a edificação da matemática como a de incomensurabilidade de grandezas, de infinito atual e potencial, de contínuo, de limite, etc.

Os autores, num outro estudo realizado em 2001, apontam também que a associação criada, pelos alunos, dos reais com a reta numérica não corresponde ao conceito da continuidade numérica. Apesar de dizerem que a reta numérica é a representação geométrica do corpo dos números reais, este modelo geométrico não correspondia à reta de Dedekind. As respostas dadas pelos alunos fazem alusão ao fato de que se fosse possível usar um *zoom* na reta numérica, veríamos que ela é um conjunto de pontos. Também há confusões quando respondem que se um segmento é finito então é menor que um conjunto infinito. E conclui apontando que os resultados da pesquisa no Brasil foram semelhantes aos encontrados na França e Israel.

Como Igliori e Silva, Cobianchi (2001) fez um estudo com professores em que concluiu que na visão deles, cada ponto da reta representava um número real. O autor destacou que qualquer procedimento de ensino ou atividade pedagógica para o conteúdo dos números Reais, deveria conter as noções de continuidade numérica. Ainda salientou que não devem ser abandonados os aspectos teóricos e os tópicos da História e Filosofia da Matemática no desenvolvimento de qualquer disciplina específica da Licenciatura em Matemática, especialmente as de Cálculo e de Análise.

Para os alunos, as relações entre os diferentes conjuntos numéricos resultantes das sucessivas expansões empíricas do campo numérico não se fazem claras. Segundo Artigue (1991 apud BARTO 2004), para eles, os alunos,

> o conjunto dos números reais compreende diferentes categorias de números: os inteiros, as frações, os decimais, os números que se expressão por radicais e quaisquer outros números, como pi, todas essas categorias tendendo a se confundir na associação de número real com número decimal (com número de decimais reduzido), associação reforçada pelo uso de calculadoras. (ARTIGUE, 1991 apud BARTO, 2004. p. 19)

As ideias de Lins (1999 apud BARTO, 2004) constituem o chamado Modelo Teórico dos Campos Semânticos que visa ler processos, ou seja, ler o que acontece quando acontece. Este modelo é considerado como uma poderosa ferramenta para pesquisa e desenvolvimento em Educação Matemática, servindo de guia para práticas em sala de aula e para capacitar professores a ler como se dá o processo de produção de significados de seus alunos. Apresenta um conceito de legitimidade para as argumentações dos alunos.

Villarreal (1999 apud BARTO, 2004) fez uso do modelo proposto por Lins em usa pesquisa. Nas considerações finais de sua tese de doutorado, aponta que o professor deve ser um bom ouvinte para buscar compreender quais as trajetórias percorrem seus alunos ao resolverem questões matemáticas, pois quando o aluno fala, “elabora suas ideias matemáticas, possibilitando que possamos caracteriza o seu modo de pensar” (VILLARREAL, 1999 apud BARTO, 2004. p. 14). Se o professor souber como é o pensamento do aluno, poderá se antecipar e planejar um modo de melhorar o processo de aprendizagem, produzindo conhecimento, resultado de um par “crença-afirmação, justificação”. A afirmação é intencional, são os fatos enunciativos. A crença é um “estado mental de convencimento”. Ambos devem gerar uma justificação dirigida a um interlocutor, tornando possível saber no que a pessoa acredita dependendo de como ela afirma ou age. “Conhecimento é fruto da enunciação e não do enunciado, deste modo, não existe conhecimento implícito, é preciso explicitar para conhecer.” (ibid, p. 22).

Barto (2004) cita em seu trabalho o livro de Lakoff e Núñes (2000), “Where Mathematics Comes From”, que apresenta várias “metáforas conceituais” no âmbito da Matemática. Uma delas, a do infinito (cap. 8, p. 155) descreve que

> o conceito de infinito não pode ser corporificado porque todas as coisas que existem são finitas e, portanto, apresentam um fim ou um entorno. Sendo assim, o conceito de infinito vem da noção de negação daquilo que é finito. O que temos é a noção corporificada do que seja o infinito. (...) O problema é que na Matemática usamos vários conceitos de infinitos. Nesse livro encontramos que o infinito pode ser entendido como um processo, contínuo e sem fim, de iteração, um movimento que continua para sempre: é o infinito potencial que se refere a ideia de processo sem fim. O outro tipo de infinito é chamado de infinito atua, que conceitua processo iterativos infinitos como tendo ponto final e um resultado (BARTO, 2004, p. 27).

Segundo os autores do livro, o mesmo acontece com os números Reais, sendo o resultado de uma construção metafórica. Dedekind mostrou como construir números reais usando conjuntos (infinitos) de elementos discretos. Para Lakoff e Núñes (2000 apud BARTO, 2004), Dedekind fez uso de uma metáfora conceitual quando construiu os números reais através de “cortes”, onde os números podem ser vistos como pontos locados na reta.

> Podemos entender os pontos, como se fossem pontos de parada de uma linha de metrô sobre uma linha que representa seu trajeto. A metáfora conceitual nos leva a olhar pontos e a reta contínua do mesmo modo, no entanto ao fecharmos algumas paradas, ainda ficamos com uma linha contínua para o trajeto. Aqui temos um exemplo de que os mapeamentos cognitivos podem mapear inferências válidas em um domínio, mas não no outro. Em Matemática, um ponto pertencente a uma reta ao ser retirado deixaria um buraco. A noção de correspondência para os números reais faz com que vejamos um e, somente um, número para cada ponto (BARTO, 2004, p. 32).

A construção dos números reais por “corte” de Dedekind, envolve conceitos metafóricos de domínios diferentes: espaço, pontos e números. A tradução da inferência de Dedekind pode ser traduzida do seguinte modo: “se a linha constituída por pontos é contínua, então o conjunto de pontos também é contínuo (esta é a ideia do *continuum* numérico)”. (BARTO, 2004, p. 33). Cantor partiu da ideia de considerar os números reais como decimais infinitas e que decimais infinitas são limites de frações de decimais finitas, para definir seu conceito do *continuum* Real. A ideia é que uma sequência convergente qualquer de números racionais, define um número real, isto é, a completude dos Reais.

O problema para os alunos está no fato de que a maioria dos números reais não pode ser vista nas coisas materiais. Não se encontra, por exemplo, $\sqrt{3}$ ou π nos instrumentos de medida de que fazemos uso. Aqui, então cabe parte das considerações do estudo de Moreira (2005).

Para Moreira (2005) a distinção entre formas de conceber os números reais é irrelevante para o matemático profissional, em que o mesmo objeto pode ser muitas coisas, ter muitas definições diferentes, e não há o menor problema.

> A forma “matematicamente científica” de conhecer os reais é como um conjunto cujos elementos se relacionam segundo a estrutura de corpo ordenado completo. A natureza dos elementos do conjunto não importa. É a estrutura que o caracteriza como o sistema dos números reais. (MOREIRA, 2005, p. 79).

Mas para o professor da escola básica esta distinção faz diferença, pois é fundamental que ele conceba o número real como um número, já que esta é a ideia que se propaga na caminhada escolar dos alunos desde o início do Ensino Fundamental a partir do trabalho com os naturais, passando pelos inteiros, racionais até chegar aos reais, num processo de ensino-aprendizagem por meio de elaborações e reelaborações dos conceitos, como vemos em algumas indicações dos PCN de Matemática para o Ensino Fundamental, mas que se desenrola a partir de uma concepção original e nuclear – a de número natural. (MOREIRA, 2005).

Logo, para a formação e prática docente do professor de matemática que atua na escola básica, as definições de Dedekind, Cantor, Cauchy, não são apropriadas. Primeiro por que não são números e segundo, porque criar os reais a partir do nada, somente a partir do postulado da existência de um corpo ordenado completo é contrária a noção dos números que é ampliada desde o início com ideia básica de número natural.

> Em termos de educação escolar, o conjunto dos reais compõe-se de objetos (números) que são constituídos para dar solução a problemas vistos como insuperáveis no âmbito dos números racionais. A estrutura de corpo ordenado completo é estabelecida *a posteiori*. (MOREIRA, 2005, p. 81)

Por todas estas razões é que o professor, em sua prática docente, deve ser capaz de discutir com seus alunos as necessidades de considerar a existência de números que não são razões de inteiros. E neste ponto retomamos a consideração, quando da análise dos PCN, da importância do professor ter subsídios para negociar com os alunos questões ligadas ao significado e à representação do número irracional levando-os a uma nova ampliação da noção de número. Os reais sem os irracionais são incompletos, são eles, os irracionais que dão sustentação final ao sistema que compõe o conjunto dos números reais. E não é possível passar dos racionais para os reais sem descrever o conjunto dos números irracionais.

Moreira (2005) destaca que nos livros didáticos escolares há duas formas de apresentar os números irracionais: um número que não pode ser representado como razão de inteiros ou na forma decimal infinita não-periódica. E que nenhuma dessas formas tem qualquer significado para os alunos cujo universo numérico é o conjunto dos racionais. No final, o conjunto dos números reais é definido como a união dos racionais com os irracionais, como que completando e finalizando o processo de construção dos reais. Fecha-se assim, um ciclo de inconsistências, sem esclarecer o porquê da necessidade dos irracionais ou o significado dessa nova “espécie” de número.

O autor observou que nos cursos de licenciatura, a abordagem usual feita aos irracionais é axiomática, em que uma vez estabelecida a definição do que são os números reais, faz-se a prova de que existem reais que não são racionais, este são os irracionais. Assim, a abordagem na licenciatura legitima as formas de apresentação usuais dos irracionais e dos reais nos livros didáticos escolares, como citado anteriormente, sem oferecer sequer uma alternativa adequada ao contexto da educação matemática escolar. “A questão pedagógica referente à introdução dos reais para alunos cujo universo numérico é o recém-construído conjunto dos racionais fica simplesmente esquecida.” (MOREIRA, 2005, p. 122).

Deste modo, uma ideia que deve ser discutida na licenciatura é a de incomensurabilidade, pois leva a questão da necessidade de ampliação na noção de números para além dos racionais para incluir quantidades que não podem ser expressas por eles. Prover os alunos de conhecimentos que vinculem a ideia de incomensurabilidade com o significado dos números irracionais parece ser algo que deva ser discutido nos cursos de licenciatura. Esses conhecimentos podem ser essenciais para que o futuro professor seja capaz de avaliar, selecionar, adaptar ou mesmo construir e implementar propostas alternativas de abordagem do números reais em sua atuação na escola básica.

Essa discussão passa por uma reelaboração do que seja medir algo, fixada uma unidade, tornando transparente e compreensível a relação dos irracionais com medidas de segmentos incomensuráveis com a unidade fixada, ou seja, com o fato de que estes segmentos não podem ser representados por uma fração (racional) da unidade, mas sim por uma soma de infinitas frações desta unidade, o que leva a sua representação obrigatoriamente ser na forma decimal infinita e não-periódica.

Fishbein (1995 apud MOREIRA, 2005) com alunos do Ensino Médio e com licenciados em Matemática de Israel, Soares (1999 apud MOREIRA, 2005), no Brasil, com alunos de licenciatura e bacharelado em Matemática da UFMG e da UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina) e Miguel (1993 apud MOREIRA, 2005) com um trabalho histórico-pedagógico-temático, todos estes trabalhos abordaram de algum modo o tema números irracionais relacionados ao conceito de incomensurabilidade e relatam as dificuldades observadas entre os universitários.

Estas dificuldades entre os universitários nos levam a prospectar a respeito das dificuldades dos alunos da escola básica e inferir a necessidade de desenvolver alternativas para uma abordagem do tema voltada a estes últimos.

Voltemos a atenção agora para a representação decimal infinita e não-periódica dos irracionais, mas não perdendo de vista o tema principal que são os números reais. Para a parte científica da Matemática, o decimal é apenas uma forma de representação dos números, basta lembrar que um mesmo número real pode ter mais de uma representação decimal. Enquanto isso, em certas situações do ensino escolar, é muito mais que uma simples representação, é o próprio número. Sobre isto, Moreira destaca:

> A identificação que o aluno faz de um conceito abstrato com sua representação concreta é a expressão de uma fase necessária e fundamental do seu aprendizado (...) essa identificação passa ser a forma possível de aprendê-lo (...) se o professor da escola básica tem, para si mesmo, uma percepção confusa da distinção abstrata de numero real e uma de suas formas concretas de representação – a forma decimal, temos aí um exemplo do tipo de “não-saber... (MOREIRA, 2005, p. 44).

Assim, faz-se fundamental na formação do professor da escola básica que a mistura de formas decimais em diferentes situações e com sentidos específicos em cada caso, seja discutida explicitamente de modo capacitar o professor a analisar criteriosamente uma maneira de utilizá-la sem que se transforme de auxílio em obstáculo para seus alunos.

No âmbito dos irracionais as dificuldades dos alunos são acentuadas diante da necessidade de conciliar as formas decimais infinitas de representação dos irracionais e a noção de número, contrárias ao uso de quantidades finitas e determinadas no processo de construção e ampliação gradativa dos tipos de números trabalhados ao longo da vivência escolar. Parece-lhes que os irracionais são uma espécie de números que não tem origem, já que não são frutos da divisão de outros dois números e também não têm um fim, visto que a representação decimal não tem fim. Portanto a conclusão dos alunos é que eles não têm finalidade, de nada servem, pois não se parecem com o que concebem, até o momento, como número.

O mesmo não acontece com as dízimas periódicas, já que para os alunos, estas tem origem nas frações geratrizes, sendo sempre possível entender e fazer operações a partir delas. Ou seja, quando a condição de número é garantida por outros mecanismos, dentro de um contexto que o garanta como parte de uma operação que resulte num número finito ou como a medida de uma grandeza visivelmente finita, o irracional é aceito como número. Caso contrário o irracional na forma decimal infinita pode ser associado a tudo que é anômalo ou misterioso.

Na realidade, questões que envolvam o infinito trazem sempre insegurança aos alunos quanto as suas possibilidades de respostas. Os resultados da pesquisa de Cunha (2007) com alunos ingressantes da licenciatura em Matemática relatam as dificuldades matemáticas dos alunos em relação ao tema “o infinito”. O estudo inserido na temática “Conjuntos e o Conceito de Infinito na Teoria de Cantor” tratava-se de uma pesquisa diagnóstica para verificar até que ponto os (pré) conceitos de infinito, trazidos do Ensino Fundamental e Médio, influenciam no aprendizado dos alunos ingressantes de cursos de graduação na área de Ciências Exatas. Nele questionou-se o que significa compreender o infinito, pois para uns não o compreendemos nem sensorialmente nem por imaginação; o conhecimento surge do conflito entre a finitude do mundo à nossa volta e o conhecimento da “possibilidade” do infinito.

Pesquisas nacionais e internacionais como as de Sierspinska (1987), Soares (1999) e Monaghan (2001 apud MOREIRA, 2005) também evidenciam que grande parte das muitas dificuldades vivenciadas pelos alunos na aprendizagem de limites e continuidade de funções não são frutos diretos no novo conhecimento apresentado, mas já vêm devido à confusão na classificação de números racionais e irracionais, do desconhecimento da propriedade da densidade do conjunto dos números reais, ou seja, questões estas que têm estreita relação com o conceito matemático de infinito. A noção de infinito em si, e, em particular, a visão cantoriana, parece contraditória com a intuição e as experiências do cotidiano. Consequentemente as concepções intuitivas, geradas pelo senso comum, revelam-se muito resistentes às tentativas de alteração. Por vezes, a própria prática escolar acaba por reforçar concepções incoerentes e fragmentárias.

O fato é que a visão sobre o que é o infinito, adquirida pelo aluno durante os anos do Ensino Fundamental e Médio, é um importante fator de interferência, positivo ou negativo, no índice de aproveitamento nos cursos da área de Ciências Exatas, visto que o Cálculo é umas das primeiras disciplinas com que o aluno ingressante tem contato e os conceitos por ela trabalhados são base para muitas outras disciplinas. Se não houvesse o domínio do infinitamente pequeno por parte de Newton e Leibniz não teríamos o cálculo diferencial e não seríamos capazes de formular nem mesmo as leis físicas mais simples.

Uma das questões utilizadas em Cunha (2007), baseada no paradoxo de Zenão, coloca o aluno numa posição de contradições entre seu conceito, certo ou errado do ponto de vista matemático, a respeito do infinito e a finitude do mundo em que vive. A sensação de impossibilidade do movimento entre dois pontos, como o exemplo dado de ir de um lado ao outro de uma mesa, põe em xeque os conhecimentos a cerca dos infinitos, potencial e atual, por ele concebidos. Eis a questão e alguns trechos das respostas fornecidas pelos alunos:

> Um exemplo baseado no chamado paradoxo de Zenão diz que se queremos ir de um lado ao outro de uma mesa, primeiro devemos ir até a metade do caminho e depois, até a metade do que sobrou e depois até a metade do que sobrou na segunda etapa e assim sucessivamente. Segundo a conclusão de Zenão nunca chegaremos ao outro lado da mesa, já que sempre haverá a metade da etapa anterior para ser superada. Como você vê este fato, até por que sabemos que podemos sim ir até o outro lado da mesa se assim desejarmos? (CUNHA, 2007).
>
> “Eu acho esse paradoxo de Zenão sem sentido, porque sempre chegaremos ao outro lado da mesa.”
> “Eu vejo que num determinado momento não haverá mais possibilidade de dividir o percurso e se chegará ao outro lado da mesa consequentemente.”
> “... por que vai chegar em um certo lugar que não vai existir outra metade.”
> “... e pensando como ele nunca chegaríamos mesmo ao fim da mesa pois a fração se tornaria infinita, mas considerando a mesa como um todo, sem fazer uso de cálculos, sabemos que podemos sim chegar ao outro lado da mesa.” (respostas dos alunos, CUNHA, 2007).

Sierpinska (1987 apud MOREIRA, 2005) e Soares (1999) fizeram uso de questões semelhantes envolvendo a representação decimal infinita. Uma das questões que Sierpinska (1987, p. 378) apresentou aos alunos foi “É possível representar o número 123,12345678910111213... por uma fração?” O relato da autora diz que os alunos “tendiam a classificar esse último decimal como um terceiro tipo de número, que não seria nem racional, nem irracional”. E quando colocados frente às demonstrações veracidade da igualdade 0,999... = 1, as reações dos alunos “vão desde a recusa tanto do resultado como da prova, até a aceitação da prova e recusa do resultado” (MOREIRA, 2004, p. 133). Um comentário deste fato, destacado do original de Sierpinska por Moreira (2005) diz que para o aluno “o resultado é verdadeiro matematicamente, mas não logicamente". Eis aí um exemplo de obstáculo epistemológico tal como conceituado por Bachelard.

Destaca-se, nestes exemplos, a divergência entre o infinito potencial e o atual em relação aos irracionais. O primeiro manifestado na forma de representação por um decimal não-periódico e o segundo em considerar esta representação um número, já que este não é expresso por algo bem determinado, delimitado, não é um "valor exato", que "tem fim".

O problema em se abordar a representação dos irracionais por meio da soma de infinitas parcelas finitas é que a própria concepção do somar "é a que envolve apenas um número finito de parcelas, uma a uma, até chegar ao fim do processo" (MOREIRA, 2004, p. 135). Logo, para os alunos, não faz sentido o processo de somar infinitas parcelas e ainda considerar que esta tem um fim.

> É preciso conceber a soma de infinitas parcelas como sendo um ***objeto*** e abandonar, pelo menos provisoriamente, a percepção dela como um ***processo***. Quando se interpreta o conjunto dos reais como pontos da reta orientada, desenvolvendo-se uma representação geométrica para eles, pode-se mostrar que qualquer forma decimal infinita, além de se traduzir num soma de infinitas parcelas, representa um único ponto da reta e, portanto, um número real. Uma argumentação geométrica, fundada numa percepção da reta como "contínua", sem "falhas", pode ser desenvolvida para se argumentar convincentemente, mas a noção de limite permanece subliminar. Enfim, parece não ser possível associar, consistentemente, um sentido numérico para os decimais infinitos não-periódicos (e, portanto para os irracionais) sem enfrentar o desafio de atribuir sentido a certos processos que se reproduzem indefinidamente, ou seja, que "não tem fim". (MOREIRA, 2004, p. 96-97).

Os conflitos entre a intuição e o conceito científico demonstrados nestes estudos em relação a fatos básicos e fundamentais a respeito dos irracionais são numerosos e de natureza diversificada. Tornam-se evidentes e desafiadores para os envolvidos no processo de formação do professor de matemática em relação à conceituação dos números reais, sendo motivo para que as dificuldades na aprendizagem, advindas destes conflitos, sejam persistentes e de difícil trato no desenrolar da graduação. Tentativas de tradução, adaptação, reformulação ou complementação dos conhecimentos sobre os irracionais, para uso na construção dos números reais no contexto da escola básica configura uma tarefa difícil, mesmo para professores experientes.

Portanto, tudo indica que o enfoque destes assuntos como é feito na escola básica apenas favorece o aparecimento de concepções inadequadas, primárias, precárias, limitadas e inconsistentes, fortemente influenciadas pelo conhecimento comum. Ao mesmo tempo, abordar os assuntos do modo formal “imposto” pelo conhecimento científico da Matemática, partindo da definição axiomática dos números reais, parece não contribuir para que o aluno da licenciatura identifique, supere e reconstrua suas próprias concepções trazidas da escola básica e seja, portanto, capaz de orientar seus futuros alunos a percorrer o mesmo caminho.

Em fim, sintetizando tudo o que foi dito nesta seção, temos a realidade dos licenciados, que convivem com o problema de desenvolver sua prática docente na escola básica a partir de uma formação matemática que não lhes proporcionou oportunidades de discussão de uma série de questões fundamentais a essa prática, por adotar valores e perspectivas da Matemática Científica que não se identificam com a Matemática Escolar e que muitas vezes sem opõem. Deste modo, cria-se a necessidade de pesquisas que contribuam com propostas de redimensionamento da formação matemática na licenciatura, equilibrando a participação do conhecimento científico e dos saberes escolares no processo de formação do professor de Matemática.

É justamente esta a contribuição esperada da presente pesquisa, provocar discussões a respeito do ensino dos números Reais, da importância que deve ser dada e como podem ser tratadas questões ligadas à concepção, à representação e aos significados dos números Reais durante a formação do professor de matemática da escola básica.

A seguir apresentamos o percurso metodológico da pesquisa.

3. PERCURSO METODOLÓGICO

3.1. Problema da Pesquisa

O problema da pesquisa partiu da consideração que uma formação para o futuro professor de matemática do ensino básico vai além da superação do intuitivo do aluno para atender às definições formais e às provas dedutivas de conceitos que permeiam o conjunto dos números reais.

Um possível caminho indica a necessidade de aprofundamento na visão intuitiva dos alunos a respeito dos números reais, para ajudá-los a desconstruir os conceitos não adequados e em seguida (re)construí-los, proporcionando a oportunidade de reelaboração da intuição sobre os elementos conceituais. Este desafio faz parte do processo de formação na licenciatura em Matemática e passa, assim, pelo posicionamento do curso frente a todos os elementos que influenciam esta formação, desde a concepção do projeto político pedagógico do curso, estrutura curricular, materiais e referenciais utilizados e, principalmente, pelo posicionamento dos professores formadores quanto aos temas relacionados ao conjunto dos números reais.

Assim, a questão geradora desta pesquisa foi quais conhecimentos a respeito do conjunto dos números reais são concebidos como saberes a ser ensinados na licenciatura em matemática, com vistas à prática docente na escola básica? Em busca da resposta a esta questão “maior”, outras questões nortearam o estudo:

- ✓ Como o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais tem sido ensinado na licenciatura em matemática?
- ✓ Como os professores da licenciatura em matemática concebem os assuntos relacionados ao conjunto dos números reais, ao seu ensino e às suas dificuldades de aprendizagem?
- ✓ Quando e como as concepções alternativas trazidas pelos alunos são levadas em conta no decorrer do curso visando a formação do professor para a escola básica?

Portanto, o trabalho em questão teve como objetivo geral analisar como é previsto e como se dá o ensino dos números Reais na formação do professor de matemática da escola básica. Como objetivos específicos:

- ✓ Identificar como é planejada a mobilização dos saberes, conceituais e da prática docente, referentes aos números Reais no curso de formação de professores de matemática;
- ✓ Verificar que conhecimento matemático sobre os sistemas numéricos, em especial os números reais, é apresentado e como isso ocorre segundo os professores formadores do curso de Licenciatura em Matemática da UNOESTE.
- ✓ Averiguar a importância dada e o tratamento dispensado, pelos professores formadores, às concepções intuitivas dos alunos, suas representações e seus significados, em assuntos relacionados aos números reais.

3.2. Abordagem e Procedimentos Metodológicos

A pesquisa foi desenvolvida por meio de um estudo de caso numa abordagem qualitativa visto que tem o pesquisador como principal instrumento, onde os dados são predominantemente descritivos, buscando compreender o processo de atribuição de significados explícitos e implícitos, ao objeto de estudo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Por "compreender" entende-se não a busca de um consenso, mas olhar o objeto de estudo em suas múltiplas relações e significados a partir das diferentes fontes de dados e dos referenciais teóricos adotados, levando em consideração a influência de diferentes visões de mundo, educação, ensino, aprendizagem e matemática.

Nas pesquisas de natureza qualitativa as noções teórico-metodológicas são embasadas numa linha investigativa interacionista, onde o estudo da experiência humana deve ser feito levando em conta que as pessoas interagem, interpretam e constroem sentidos e significados. Entendendo que o ser humano não é passivo e que interpreta o mundo em que vive continuamente.

> nas abordagens qualitativas, o termo pesquisa ganha novo significado, passando a ser concebido como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com

> princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador. Essa "compreensão", por sua vez, não está ligada estritamente ao racional, mas é tida como uma capacidade própria do homem, imerso num contexto que constrói e do qual é parte ativa. O homem compreende porque interroga as coisas com as quais convive. (...) Assim, não existirá neutralidade do pesquisador em relação à pesquisa - forma de descortinar o mundo -, pois ele atribui significados, seleciona o que do mundo quer conhecer, interage com o conhecido e se dispõe a comunicá-lo. Também não haverá “conclusões”, mas uma “construção de resultados”, posto que compreensões, não sendo encarceráveis, nunca serão definitivas. (GARNICA, 1997, p. 111)

Este posicionamento metodológico para fazer a pesquisa se diferencia da postura positivista presente nos métodos quantitativos, em que o comportamento humano é aceito como sendo resultado da ação de determinados elementos que atuam sobre as pessoas, em termos de variáveis dependentes e independentes, por meio da aplicação de métodos típicos das ciências naturais, seguindo sua lógica.

Devido às peculiaridades da pesquisa qualitativa, que ampliam as possibilidades de entender melhor o ambiente escolar, fornecendo meios mais eficazes de trabalho para o pesquisador que pode elaborar relatórios que o levem à construção ou à desconstrução de resultados da pesquisa, é que se decidiu por esta abordagem de trabalho.

Dentro da abordagem qualitativa, optou-se pelo estudo de caso por privilegiar um caso particular de interesse do pesquisador, delimitado por ele e com contornos definidos, visando a descoberta e a interpretação de um contexto, a retratar a realidade e apresentar diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa mesma situação (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Na perspectiva de André (2005), o conhecimento gerado por um estudo de caso diferencia-se do de outros tipos de pesquisa por ser mais concreto, contextualizado e voltado para a interpretação do leitor. Para a autora, o estudo de caso qualitativo atende a quatro características essenciais:

I. Particularidade: relaciona-se ao fato de o estudo de caso focalizar uma situação, um fenômeno particular, o que o faz adequado à investigação de problemas práticos;
II. Descrição: detalha a realidade da situação investigada de forma completa e profunda;

III. Heurística: remete o pesquisador a compreensão do fenômeno estudado, levando-o a descobrir novos significados, a expandir suas experiências e ou confirmar o já conhecido.

IV. Indução: em sua maioria, os estudos de caso se baseiam na lógica indutiva, onde a partir de premissas particulares se obtém uma conclusão com uma abrangência maior que as premissas.

Assim, a pesquisa por meio de um estudo de caso parte de alguns pressupostos teóricos iniciais, mas procura manter-se constantemente atenta a novos elementos emergentes e relevantes à discussão da problemática em questão. Devido a estas características, para André (2005) o estudo de caso tem enorme potencial de contribuição aos problemas da prática educacional já que fornece informações que permitem também decisões políticas.

Neste estudo, o caso particular é o curso de Licenciatura em Matemática da FACLEPP/UNOESTE, em Presidente Prudente – SP, representado por sua coordenação e professores. A decisão por este curso deveu-se principalmente ao fato dele já ter sido alvo de estudo anterior (Cunha, 2007) envolvendo seus alunos, com tema semelhante e cujos resultados levaram às questões suscitadas na presente pesquisa. Também pelo envolvimento e interesse direto do pesquisador, por já ter feito parte do corpo docente e desejar colaborar com o aperfeiçoamento do curso.

Ainda de acordo com André (2005) um estudo de caso apresenta três fases: inicialmente a fase exploratória, seguida da coleta dos dados e finalizando com a análise dos dados. A fase inicial é o momento do pesquisador ter maior contato com a situação a ser investigada para definir o objeto de estudo, as questões que serão levantadas, de estabelecer contato com os sujeitos envolvidos, localizar as fontes e definir os instrumentos de coleta de dados. Neste momento não há preocupação em confirmar ou não as questões iniciais, nem intenção em predeterminar um posicionamento frente às questões, mas sim deixar clara, reformular e porque não até abandonar alguma questão inicial.

Num segundo momento, a fase de coleta de dados ou delimitação do estudo é a fase em que o pesquisador foca na identificação dos contornos do problema e então parte para a coleta sistemática dos dados fazendo uso dos instrumentos definidos na fase exploratória.

O terceiro e último momento é a fase da análise sistemática dos dados coletados e a elaboração do relatório. Todo material coletado deve ser organizado, lido e relido visando o processo de categorização dos dados. Este processo tem por objetivo articular os aportes teóricos do estudo com os dados coletados, contribuindo com a construção do conhecimento relativo ao objeto de estudo, superando a simples descrição do caso. Por fim, a redação de um relatório de forma estruturada deve permitir ao leitor a compreensão do caso em sua complexidade e possibilitar a construção de novos conhecimentos.

Desde o começo, há preocupação com a seleção das informações relevantes ao estudo do caso para que possam ser disponibilizadas ao leitor. E faz-se importante ressaltar que as fases descritas representam em linhas gerais o desenvolvimento deste tipo de abordagem, mas que não seguem uma sequência linear e que podem ser, em algum momento, conjugadas ou sobrepostas dependendo da necessidade no desenrolar da pesquisa.

Este estudo envolveu a análise documental do Projeto Político Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura, do Projeto do Estágio Curricular Supervisionado da FACLEPP, dos Planos de Ensino das disciplinas e das entrevistas semiestruturadas feitas com os professores formadores do curso da licenciatura.

A análise documental refere-se ao exame analítico de materiais (documentos) referentes ao objeto de estudo do caso com vistas a uma interpretação nova ou complementar da situação, baseada nos objetivos da pesquisa.

A entrevista visa a obtenção de dados que servem de comparação ou complemento às evidências coletadas por outras fontes a fim de ampliar a confiabilidade do estudo, além de proporcionar o acesso aos diferentes olhares dos entrevistados sobre o evento e sobre o objeto de estudo.

Optou-se pelo modelo de entrevista semiestruturada por considerar que permite certa organização dos questionamentos, ao mesmo tempo em que pode ser ampliada à medida que novas informações, não previstas, vão sendo fornecidas pelos entrevistados. A entrevista semiestruturada consiste em uma série de perguntas abertas, feitas verbalmente em uma ordem prevista, mas na qual o entrevistador pode acrescentar perguntas de esclarecimento (LAVILLE; DIONNE, 1999). Este passo visa obter informações que os entrevistados têm acerca do ensino dos números reais no curso de formação de professores, informações que vão além das recolhidas pela análise documental dos materiais do curso. O modelo do roteiro de entrevista pode ser consultado no apêndice A.

Tanto para analisar o Projeto Pedagógico como os Planos de Ensino e também as falas dos professores entrevistados, foi usada a análise de conteúdo conforme caracterizada por Bardin (2009), isto é, um conjunto de procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens ou comunicações para evidenciar os indicadores que permitem inferir sobre uma realidade que não a da mensagem. Produzir inferência significa não somente produzir suposições subliminares acerca de determinada mensagem, mas em embasá-las com pressupostos teóricos.

Este tipo de análise busca decompor o material para depois recompô-lo a fim de sugerir a sua significação. Pelas várias leituras do material coletado, busca-se identificar as unidades de análise visando à criação de categorias que posteriormente permitem a recomposição do discurso na tentativa de estabelecer relações entre as unidades de análise e interpretando-as à luz do referencial teórico adotado. A decisão sobre o que será a unidade é dependente da natureza do problema, dos objetivos da pesquisa e do tipo de materiais a serem analisados. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Assim, o percurso de análise dos dados da pesquisa seguiu a proposta de Bardin (2009), organizada em três partes: a pré-análise; a exploração do material; o tratamento dos dados, a inferência e a intepretação. Na pré-análise, foi realizada a leitura dos dados contidos nos instrumentos, procurando estabelecer contato com o material coletado sem compromisso de sistematização, mas com o intuito de apreender as ideias principais e organizar de forma não estruturada aspectos importantes para as próximas fases da análise. O fato de fazer uma leitura menos aderente contribui para melhor assimilação do material e fornece indícios do caminho para uma apresentação mais sistematizada dos dados.

Assim, o objetivo da fase de pré-análise foi o de ler, inicialmente, o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Matemática, fazendo marcações e anotações no documento daquilo que parecia ter relação com os objetivos da pesquisa, buscando expressões e frases que remetiam o pensamento a algum elemento do referencial teórico construído. Neste período foi que se verificou a necessidade de incluir entre os documentos a analisar, o Projeto do Estágio Curricular Supervisionado, onde constam informações detalhadas do planejamento das atividades de estágio. Informações estas que não constam do PPC de Matemática.

O mesmo processo de leitura foi executado posteriormente com os planos de ensino das disciplinas do curso e com as transcrições das entrevistas.

As leituras dos documentos levaram naturalmente a formular hipóteses a respeito de como se dava a ação real dos professores na construção dos conceitos e na prática pedagógica relacionada aos números reais. As hipóteses formuladas contribuíram para uma mudança de atitude do pesquisador durante as entrevistas com os professores, na tentativa de extrair de suas falas algo que as comprovassem ou as refutassem, indo além dos questionamentos inicialmente preparados no roteiro. Das hipóteses formuladas também foram criados indicadores que ajudaram na interpretação final dos resultados.

Completada esta fase seguiu-se para a exploração do material, etapa mais longa onde se aplica sistematicamente as decisões tomadas na pré-análise. Consiste essencialmente na codificação dos dados brutos que são transformados de forma organizada e agregados em unidades que permitam descrever as características relacionadas ao conteúdo. Codificar é escolher as unidades de registro e a partir delas determinar as categorias e subcategorias de análise.

As unidades de registro podem ser palavras, sentenças, frases, parágrafos ou um texto completo extraídos dos documentos ou das entrevistas. Neste ponto do trabalho fez-se necessário reler a fundamentação teórica e depois retomar às marcações e anotações feitas nos documentos e nas transcrições das entrevistas durante a pré-análise, retirando destas os elementos que serviriam de unidades de registro para determinação das categorias.

A categoria é uma forma geral de conceito, uma forma de pensamento alinhada com o referencial teórico e que reúne um grupo das unidades de registro em razão de características comuns. Devem dizer respeito às intenções do investigador, aos objetivos da pesquisa, às questões norteadoras, às características da mensagem. A categorização constitui a passagem dos dados brutos a dados organizados.

Assim, depois de selecionadas e organizadas as unidades de registro retiradas dos documentos, decidiu-se por fazer a análise destes considerando três dimensões derivadas dos conceitos e das ideias principais presentes nos três tópicos da fundamentação teórica: Epistemologia de Bachelard, Formação profissional na licenciatura e Os números Reais.

Também, a partir das unidades de registro extraídas das transcrições das entrevistas, montou-se o quadro de categorias e subcategorias utilizadas na análise das falas dos professores entrevistados, apresentado na seção 3.4.2 deste relatório.

Completando a análise de conteúdo, fez-se a terceira e última fase de tratamento dos dados, inferência e interpretação. Este é o momento de procurar um tema nos dados, comparar enunciados, para ver se existe um conceito que os unifique. A busca por este conceito remete a necessidade de voltar atentamente aos referenciais teóricos, pois são eles que dão o embasamento e as perspectivas significativas para o estudo. A relação entre os dados categorizados e a fundamentação teórica é que dá sentindo a interpretação. As intepretações por sua vez remetem às inferências, no sentido de buscar o que se esconde sob a realidade aparente contida nos textos dos documentos e transcrição das falas dos entrevistados. Dar um significado verdadeiro ao discurso enunciado, ao que quer dizer, em profundidade, certas afirmações aparentemente superficiais.

Na seção seguinte deste relatório, “Análise e discussão dos dados”, estão apresentados os resultados da pesquisa extraídos via a análise de conteúdo aplicada ao Projeto Pedagógico do Curso, ao Projeto do Estágio Curricular Supervisionado, aos Planos de Ensino das disciplinas e às entrevistas com os professores do curso, buscando uma relação entre o discurso dos sujeitos da pesquisa com os aspectos teóricos apresentados na seção de Fundamentação Teórica.

3.3. Sujeitos da Pesquisa

Foram convidados para a entrevista seis professores de um total de quinze que compõem o corpo docente do Curso de Matemática. Participaram das entrevistas 4 (quatro) dos professores convidados. Dos outros dois, um respondeu negativamente ao convite e outro não respondeu ao convite, que foi refeito diversas vezes.

A decisão por estes seis professores se deu função de que compunham o Núcleo Docente Estruturante (NDE)[3] do curso, incluindo nestes a coordenadora. Portanto todos estavam ligados ao planejamento, avaliação e reformulação do curso, além de que, deste grupo faziam parte os professores que lecionam nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise Real, disciplinas que trabalham diretamente o tema da pesquisa, ou seja, os números reais.

3.4. Coleta de Dados

3.4.1. Análise documental

A análise dos documentos teve inicio com o Projeto Pedagógico do Curso de Matemática e os Planos de Ensino das disciplinas buscando referências ao objeto de estudo no curso de formação de professores de matemática. O objetivo neste momento foi levantar dados, informações de como é planejada a apresentação, aos alunos da licenciatura, de assuntos relacionados à concepção, representação e significação do conjunto numérico dos reais do ponto de vista acadêmico.

Da análise do Projeto Pedagógico, observou-se a necessidade de complementar as informações referentes ao estágio curricular supervisionado por meio da inclusão do Projeto do Estágio Curricular Supervisionado de Matemática nos documentos de análise.

O PPC - Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – utilizado na análise data de 2009, ano da conclusão da sua mais recente reformulação. Os Planos de Ensino das disciplinas foram extraídos diretamente do sistema de Informações Acadêmicas disponível aos professores no site da UNOESTE – Universidade do Oeste Paulista - e são referentes ao período letivo de todo o ano de 2013. O Projeto do Estágio Curricular Supervisionado foi disponibilizado pelo Departamento de Estágio da FACLEPP, documento recente de 2013.

[3] O NDE atende às exigências normativas ministeriais – Parecer CONAES nº 04, de 17 de julho de 2010 e Resolução/Conaes nº 01, de 17 de junho de 2010. Constitui-se de um grupo de docentes, com atribuições acadêmicas de acompanhamento, atuante no processo de concepção, consolidação e contínua atualização do projeto pedagógico dos Cursos de Graduação.

3.4.2. Entrevistas com os professores

Paralelamente aos procedimentos de análise documental, foram realizadas as entrevistas com os professores do curso de licenciatura. Ao todo foram entrevistados os 4 (quatro) professores componentes do Núcleo Docente Estruturante (NDE) do curso, incluindo nestes a coordenadora do curso.

As entrevistas ocorreram em horário pré-determinado e adequado a ambas as partes, entrevistado e entrevistador. Quase todas as entrevistas foram realizadas durante o horário de reunião dos professores com a coordenação do curso. Um dos professores encontrava-se na Espanha e somente neste caso foi utilizado o recurso de videoconferência pela internet. Em todos os casos foi gravado o áudio das entrevistas, sendo posteriormente transcritos para melhor condição de realizar a análise de conteúdo das falas dos professores a procura das unidades de registro de cada categoria de análise, seguindo a proposta de Bardin (2009).

Apesar da existência de um roteiro (apêndice A), este serviu apenas de guia durante as entrevistas, visando não perder de foco as questões pertinentes à pesquisa, redirecionando ao assunto quando este tendia a fugir do tema. Assim, as entrevistas acabaram se tornando na realidade mais uma conversa, em que o entrevistado teve total liberdade para discorrer sobre os assuntos apontados nas questões.

Finalizando esta seção, a tabela a seguir faz um paralelo entre os objetivos da pesquisa e os instrumentos utilizados para alcançá-los.

Tabela 1 – Objetivos da pesquisa versus Instrumentos de análise

Objetivo	Instrumento
Identificar como é planejada a mobilização dos saberes, específicos e da prática docente, referente aos números Reais no curso de formação de professores de matemática.	Análise documental
Verificar que conhecimento matemático sobre os sistemas numéricos é apresentado e como isso ocorre segundo os professores formadores da licenciatura.	Entrevista com os Professores
Averiguar a importância dada e o tratamento dispensado às concepções intuitivas dos alunos em assuntos relacionados aos números reais.	Análise Documental Entrevista com os Professores

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO

Nesta seção é apresentada a análise e a discussão dos dados, iniciando pela análise documental do Projeto Pedagógico do Curso – PPC juntamente com Projeto do Estágio Curricular Supervisionado, dos Planos de Ensino na sequência, e por fim do material recolhido mediante as entrevistas com os professores.

A apresentação, análise e discussão dos dados foram realizadas considerando três dimensões derivadas dos conceitos e das ideias principais apresentadas, discutidas e refletidas na fundamentação teórica:

1. A epistemologia de Bachelard – concentra as ideias de obstáculo epistemológico, formação do espírito científico, do erro como elemento de integração na reconstrução do pensamento, de desconstrução como necessidade para o desenvolvimento do conhecimento científico, de concepções intuitivas;
2. A formação profissional na licenciatura – representa as relações entre a teoria e a prática na formação e no trabalho docente, limites e dificuldades da licenciatura.
3. Os números Reais – relacionada aos conhecimentos sobre os números Reais na formação e prática docente.

A todo o momento da análise dos documentos e da transcrição das falas dos entrevistados buscou-se identificar se o conteúdo dos mesmos estava ou não em uma linha compatível com alguma das dimensões de referência.

4.1. O Projeto Pegadógico do Curso de Licenciatura em Matemática da FACLEPP/UNOESTE

O Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Matemática - Licenciatura Plena, da Faculdade de Ciências, Letras e Educação de Presidente Prudente – FACLEPP, analisado neste trabalho vigora desde 2009, ano de conclusão da sua mais recente revisão.

O curso de Licenciatura em Matemática da FACLEPP/UNOESTE é um dos primeiros cursos criados na instituição, autorizado para funcionamento em 03 de setembro de 1976, pelo decreto nº 76.200 e, posteriormente, reconhecido pelo decreto nº 79.014, de 23 de dezembro de 1976. Nessa época fora registrado como Curso de Ciências, Licenciatura Plena com habilitação em Matemática e somente em 03 de setembro de 2000 teve sua denominação alterada para Curso de Matemática – Licenciatura Plena, seguindo orientações propostas pelas Novas Diretrizes Curriculares do Ministério da Educação – Secretaria de Ensino – SESU. O Curso é semestral com duração de 3 anos, equivalentes a seis semestres letivos ou termos.

O texto do PPC parte da descrição da instituição de ensino onde se insere, a Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE, e da caracterização socioeconômica da região. Cabe ressaltar a missão da Universidade:

> A Universidade do Oeste Paulista tem como missão desenvolver a educação num ambiente inovador e crítico – reflexivo, pelo exercício das atividades de ensino, de Pesquisa e de Extensão nas diversas áreas do conhecimento científico, humanístico e tecnológico, contribuindo para a formação de profissionais cidadãos comprometidos com a responsabilidade social e ambiental. (UNOESTE, 2009, p. 13)

No mesmo tópico encontram-se os princípios gerais que sustentam as ações da universidade, de onde destaca-se:

> Importância da interação entre teoria e prática para formação dos futuros profissionais e para a efetiva solução dos problemas sociais, econômicos e técnicos da sociedade brasileira;
> Relevâncias do envolvimento ativo do estudante em seu processo de aprendizagem; (UNOESTE, 2009, p. 13)

Logo a seguir, uma introdução sobre o PPC de Matemática explicita que o projeto é fruto de uma discussão iniciada em 2006 e que envolveu os diversos segmentos da Instituição (representante da Comissão Própria de Avaliação – CPA, direção da FACLEPP, membros do Núcleo Docente Estruturante e do Colegiado, professor representante do Programa de Mestrado em Educação, direção da Biblioteca e demais professores do curso) e as coordenações dos cursos de Pedagogia e Matemática. Descreve os dados das avaliações internas e externas da instituição, as demandas apontadas pelos envolvidos com o curso, bem como a legislação vigente que regula o funcionamento dos cursos superiores, que formaram a base das reflexões para as alterações propostas.

O texto expõe o reconhecimento histórico de que nos cursos de formação de professores predomina a dicotomia entre teoria e prática, revelada por meio da organização de seus currículos que apresentam de maneira separada os conhecimentos considerados específicos da Matemática (teoria) e os conhecimentos específicos da área Pedagógica e Social (prática) e nomeia o PPC como “instrumento fundamental” para superar este modelo de formação.

> Partimos do princípio de que o Projeto Pedagógico é um instrumento fundamental para a superação da dicotomia teoria/prática, historicamente, presente nos currículos dos cursos de formação de professores. Essa visão distorcida da relação teoria/prática é evidenciada quando se separa de um lado, os conhecimentos teóricos considerados fundamentais e, de outro, os conhecimentos práticos, centrados nos métodos de ensino. (...)
> Dessa forma, o Projeto Pedagógico assume um papel relevante em relação à qualidade da formação oferecida no curso. Formação esta que deve estar alicerçada na pesquisa e na prática pedagógica, entendida como um processo através do qual teoria e prática se interrogam mutuamente, habilitando o futuro matemático para o exercício da docência. E mais, quando possibilita, em seu processo de discussão, a reflexão sobre a interrelação entre as disciplinas, bem como com as demais atividades que integram o currículo do curso sobre a relação teoria e prática. (UNOESTE, 2009, p. 15 e16)

Dentre os quatro pontos destacados como objeto de maior discussão na reformulação da versão anterior, três mereceram atenção:

> a) A necessidade de explicitar melhor a concepção de Matemática que embasa esse Projeto Pedagógico e a redefinição dos objetivos para o curso;
> b) A revisão da matriz curricular com a preocupação de corrigir falhas que pudessem levar a pulverização ou fragmentação dos conteúdos;
> (...)
> d) Análise e sistematização das ementas das disciplinas, elaboradas pelos professores, de forma a se buscar a coesão entre os conteúdos, tanto horizontalmente (num mesmo termo), quanto verticalmente (nos vários termos ao longo do curso) e articulando-as aos objetivos propostos para o curso. (UNOESTE, 2009, p. 17)

Apesar do destaque, o projeto não apresenta em nenhum outro local do texto qual a concepção de Matemática usada como referência para o planejamento do curso e que, provavelmente, foi utilizada na redefinição de seus objetivos e do perfil do egresso. A falta da definição desta referência leva a algumas incompatibilidades entre o perfil definido para o curso e o perfil desejado para o egresso gerando inconsistência na própria concepção do curso.

> Em consonância com as Diretrizes Curriculares Nacionais o Curso de Licenciatura em Matemática da FACLEPP/UNOESTE tem por objetivo principal a formação de professores para a educação básica. (UNOESTE, 2009, p. 18 – “Justificativa”)
>
> O Curso de Licenciatura em Matemática prepara profissionais aptos para exercerem a função de professores nos Ensinos Fundamental e Médio, seguirem carreira no ensino Superior e atuarem na pesquisa. (UNOESTE, 2009, p. 19 – “Perfil do Curso”)
>
> Sendo a docência o centro da formação oferecida no curso de Licenciatura em Matemática, seus egressos farão jus ao grau de licenciados em Matemática, o que lhes dará o direito de atuar como docentes nos Ensino Fundamental e Médio. (UNOESTE, 2009, p. 20 – “Perfil do Egresso”)

Esta indefinição pode contribuir para o não cumprimento dos outros dois pontos em destaque que visam a revisão da matriz curricular buscando a coesão entre os conteúdos por meio da interdisciplinaridade. A consequência pode ser a continuidade histórica da falta de articulação teoria/prática, entre os conteúdos específicos da Matemática ensinados na faculdade e os efetivamente trabalhados nas escolas, como relatado na pesquisa de Rocha e Fiorentini (2009) a respeito do distanciamento entre a matemática acadêmica e a matemática escolar e como este fato se reflete em dificuldades na prática docente pelos professores recém-formados.

A concepção de Matemática, utilizada como referência na elaboração do PPC, pode ser inferida com base em alguns termos encontrados repetidamente em diferentes pontos do documento e que parecem indicar uma preocupação na formação focada mais nos conteúdos específicos da Matemática, ou seja, uma formação voltada para a matemática acadêmica.

> O profissional egresso do Curso de Licenciatura em Matemática deverá:
>
> - Apresentar uma sólida formação para aplicação de <u>conceitos matemáticos</u>; (...)
> - Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais <u>ênfase nos conceitos</u> do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos.
>
> (UNOESTE, 2009, p. 21 e 22 – “Perfil do egresso”)
>
> O curso tem como missão formar um professor com uma <u>base sólida de conteúdos matemáticos</u> para atuar na sociedade com pleno conhecimento da realidade educacional vigente, seus problemas e as propostas didático-pedagógicas existentes, bem como dos avanços tecnológicos e científicos que possibilitem a contextualização sócio-cultural e histórica dos conhecimentos matemáticos, que serão trabalhados com os alunos,

contemplando áreas de aplicação. (UNOESTE, 2009, p. 24 – “Missão do Curso)

O curso visa:

- Oferecer conteúdos para que os alunos tenham sólido domínio de conceitos matemáticos, em interação com outras áreas do conhecimento. (...)
- Motivar e propiciar condições para que os alunos possam compreender e utilizar conceitos, exemplos, definições, propriedades, teoremas e técnicas matemáticas. (...)
- Propiciar formação matemática suficiente para que os aprendizes possam visualizar formas geométricas planas e espaciais, na resolução de exercícios de geometria.
- Desenvolver habilidades para a compreensão e elaboração de conceitos abstratos e argumentações matemáticas.

(UNOESTE, 2009, p. 24 e 25 – “Objetivos gerais e específicos”)

Estas evidências são reforçadas quando se analisa a concepção do curso dividido em 4 (quatro) núcleos temáticos e a matriz curricular do curso dividido em 6 (seis) termos ou semestres.

Os núcleos temáticos englobam conhecimentos básicos da Física e da Língua Portuguesa (núcleo A), conhecimentos específicos da Matemática (núcleo B) e da área Pedagógica e Social (núcleo C), Estágios supervisionados e atividade científicos culturais (núcleo D). A distribuição das disciplinas em cada núcleo é apresentada da seguinte maneira:

Núcleo A: Disciplinas Básicas
Física I, Física II, Língua Portuguesa/Leitura e Produção de Textos e Metodologia e Técnicas de Pesquisas.

Núcleo B: Disciplinas Profissionais - Especificas da área Matemática
Fundamentos da Matemática I, II e III, Cálculo Diferencial e Integral I, II e III, Geometria Analítica e Vetorial I e II, Lógica Matemática, Álgebra, Álgebra Linear I e II, Estatística I e II, Equações Diferenciais, Geometria Euclidiana, Geometria Analítica, Funções de Variáveis Complexas, Análise Matemática I e II, Recursos Tecnológicos na Matemática, Desenho Geométrico, História da Matemática, Topologia, Matemática Financeira e Cálculo Numérico.

Núcleo C: Disciplinas Profissionais - Especificas da área Pedagógica e social
Didática, Estrutura do Ensino Fundamental e Médio, Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia do Ensino da Matemática e da Física, Psicologia do Ensino e Adolescência e Filosofia da Ciência.

Núcleo D: Atividades de cunho artístico, científico, cultural, oferecidas ou não na forma de disciplinas.
Estágios supervisionados I, II e II (400 horas) e atividades científicas culturais (200 horas).
(UNOESTE, 2009, p. 23-24)

O quadro abaixo extraído do PPC resume a distribuição das cargas horárias por núcleo. A distribuição detalhada consta do Apêndice B, ao final deste relatório.

Quadro 1 - Resumo da distribuição da carga horária, por núcleos, da matriz curricular

Conteúdos Curriculares de Natureza Científico-Cultural: 2242
Prática Curricular Vivenciada: 494
Estágio Supervisionado: 400
Carga Horária: 3136
Atividades Acadêmico – Científico – Culturais: 200
Total de Carga Horária: 3336
Educação Física: 76

Fonte: (UNOESTE, 2009, p. 39)

Tem-se um total de 2736 horas vivenciadas pelos alunos em disciplinas curriculares. Deste total, aproximadamente 18% (494/2736) são destinadas a disciplinas ligadas à formação da prática docente, ou seja, pertencentes ao núcleo C das disciplinas referentes aos conhecimentos específicos da área pedagógica e social. Se considerarmos as 600 horas referentes ao estágio supervisionado e atividades científicas culturais (núcleo D), este percentual aumenta para aproximadamente 39% da carga horário da curso. Algo importante a se destacar é que a quase totalidade das disciplinas pertencentes ao núcleo C (Didática e Metodologia do Ensino de Matemática são as duas exceções) é ofertada na modalidade semipresencial, isto é, 50% da carga horária é trabalhada a distância. Considerando este fato, a realidade é que apenas 9%, aproximadamente, do curso proporcionam momentos de apresentação, discussão e reflexão de elementos ligados à prática docente, com orientação de um professor formador.

O projeto afirma que a reformulação geral da matriz curricular para a maneira como está definida garante aos egressos “uma preparação adequada para carreiras nas quais a Matemática seja utilizada de modo essencial” (p. 20) e que a “apresenta uma reformulação geral, não somente na carga horária, mas principalmente nas disciplinas e ementas” (p. 39).

Quadro 2 – Tópicos das ementas relativos ao trabalho com números Reais.

Termo	Disciplina	Tópico
1º	Fundamentos da Matemática I	Introdução aos conjuntos numéricos
	Cálculo Diferencial I	Revisão de conceitos básicos e funções. Limite e continuidade
	Filosofia da Ciência	Principais correntes históricas do pensamento cientifico.
2º	Álgebra	Corpos Ordenados
	Psicologia da Aprendizagem e da Adolescência	Processos de aprendizagem frente às características verificadas em cada nível de desenvolvimento.
3º	História da Matemática	A construção dos conjuntos numéricos. Análise da contribuição da História da Matemática enquanto recurso metodológico capaz de mostrar que essa ciência não está pronta, acabada e, portanto pode ser auxiliar no processo de formação dos conceitos matemáticos.
5º	Análise Matemática I	Estudo dos números reais, módulo de um número real, limite e função contínua.
	Metodologia do Ensino de Matemática	O papel do erro no processo de ensino-aprendizagem em Matemática. As contribuições das teorias de cognição para o processo de formação dos conceitos matemáticos.
	Geometria Analítica	Ponto. Reta.
6º	Análise Matemática II	Estudo de séries e sequências, da indução matemática e derivada.
	Metodologia do Ensino da Matemática e da Física	Estudo dos pressupostos teóricos filosóficos que estão presentes na organização dos conteúdos matemáticos.

Fonte: (UNOESTE, 2009, p. 48 a 55)
Nota: Dados trabalhados pelo autor

Com foco no produto final desta reformulação concluída em 2009, especificamente no Ementário das disciplinas, buscando extrair das ementas elementos indicadores do trabalho com conhecimentos relativos aos números Reais, chegou-se ao resumo apresentado no Quadro 2.

Uma primeira análise do quadro acima aponta para um alinhamento com os resultados do estudo de Moreira (2005) de que no processo de formação inicial do professor de matemática, o conhecimento é trabalhado na perspectiva da matemática acadêmica, do conhecimento científico e mais, de que o conjunto dos números reais com suas operações e propriedades são sabidos pelos ingressantes. Os indícios são de que nos termos iniciais da formação, os números reais são utilizados como instrumentos para a construção de outros conhecimentos e aplicações em Matemática, e de que somente no 5º termo, no final da formação, uma atenção especial é dada ao estudo profundo do conjunto dos Reais e sua representação nas disciplinas de Análise Matemática I e Geometria Analítica. Também, nesta fase da formação é que encontramos alguma referência ao papel do erro no processo de ensino-aprendizagem em Matemática e o processo de construção do conhecimento científico, o que me levou a buscar no plano de ensino das disciplinas de Metodologia do Ensino de Matemática e História da Matemática, mais informações de como os temas são tratados.

Outro aspecto observável no quadro das ementas é a proposta de abordar os conteúdos matemáticos da Educação Básica aparentemente com o objetivo de revisão e nivelamento visando amparar outras disciplinas do curso que necessitam destes conhecimentos.

Todos os pareceres, observações e indícios obtidos pela análise do PPC de Matemática e relatados até agora neste relatório remeteram o pesquisador à análise dos Planos de Ensino das disciplinas do curso, em especial as que constam do Quadro 2, com o objetivo de retirar mais elementos que reforcem os resultados da análise inicial do documento do Projeto Pedagógico do Curso de Matemática. Estes resultados podem ser encontrados logo à frente, na próxima seção.

Após a apresentação da estrutura curricular do curso e ementário das disciplinas, o documento aborda o desenvolvimento das atividades complementares do curso, considerado como um conjunto de momentos favoráveis à prática de uma proposta interdisciplinar como garantia de totalidade e unicidade do saber por meio de ações conjuntas de ensino, pesquisa e extensão. A carga horária a ser cumprida pelos alunos com estas atividades é fixada em 200 horas.

> Com a realização das atividades complementares, espera-se que a comunidade acadêmica entre definitivamente na sociedade do conhecimento e da aprendizagem que não pode estar associada unicamente à universidade. (...)
> A proposta do desenvolvimento de atividades complementares ao assumir o caráter de projeto extrapola a questão epistemológica para assumir um caráter político. Estas atividades serão realizadas através de eventos, atividades extracurriculares e outras ações de natureza educativa, tais como:
> - Estágios extracurriculares;
> - Atividades de campo que complementem as informações teóricas;
> - Cursos de extensão de longa e curta duração;
> - Jornada de Educação;
> - Semana da Matemática;
> - Simpósio de Iniciação Científica;
> - ENAPE (Encontro Nacional de Pesquisa e Extensão);
> - Encontros, seminários, palestras, conferências, debates;
> - Exposições e outras atividades sugeridas pelos alunos no decorrer do curso.
>   (UNOESTE, 2009, p. 54-55)

A seguir são apresentados os tópicos referentes à Pesquisa e à Extensão com apresentação dos programas institucionais de pesquisa discente que contemplam os projetos de iniciação científica disponíveis aos alunos. Os programas visam estimular o engajamento dos alunos da graduação, com vocação científica, em atividades de pesquisa e também incentivar os professores qualificados a ingressarem nas atividades de orientação à pesquisa e à proposição de novas temáticas de pesquisa. A Extensão é vista como o meio com o qual o curso cumpre seu papel social, além de completar a tríade proposta pela universidade, composta pelo ensino, pesquisa e extensão.

> Se, por um lado o ensino fundamenta-se na investigação (pesquisa), que deve buscar o conhecimento novo, a extensão tem a tarefa de difundir este conhecimento novo aos mais distintos segmentos da sociedade, fechando ou completando o elo da tríade proposta para o curso e para a Universidade. (UNOESTE, 2009, p. 57)

Pelo ponto de vista da pedagogia defendida por Bachelard, as atividades de pesquisa e extensão, assim com as complementares previstas para o curso, são momentos oportunos para o aluno instituir novos saberes a partir de rupturas com seu senso comum, desconstruindo a ideia de Ciência e, por conseguinte sua concepção de Matemática, como um corpo fechado de conhecimentos prontos a serem incorporados por ele e transmitidos pelos professores. Momentos de reflexão acerca dos conhecimentos que fundamentam sua prática e das ações que despertam o espírito científico.

Na introdução do capítulo referente ao Estágio Supervisionado, ele é apresentado como atividade que busca a unidade entre teoria e prática na formação de professores para o ensino Fundamental e Médio. Neste contexto, o estágio deve ser entendido como prática aliada a uma teoria que lhe confere fundamentação. O estágio na FACLEPP (e não somente no curso de Matemática) contempla a integração entre as três modalidades de articulação teoria-prática: observação, regência e pesquisa, complementado por atividades de análise e reflexão sobre a prática docente. Para cumprir tal propósito o projeto descreve a concepção do estágio como um “projeto integrador entre universidade e escola”, de modo a envolver os professores das disciplinas no processo, os alunos graduandos e as unidades de ensino.

O texto cita as competências necessárias aos profissionais da educação de acordo com Schön (1995) e considera o momento do estágio curricular supervisionado como privilegiado para o desenvolvimento destas competências.

> Assim, por meio da prática, observação, reorganização e de pesquisa, a relação prática-teoria-prática visa à recriação da realidade, formando professores reflexivos. (UNOESTE, 2009, p. 59)

O estágio na FACLEPP é caracterizado por um conjunto de atividades de observação, de reflexão-crítica, de reorganizações de suas ações e de pesquisa participante do processo educacional coletivo. Estas atividades devem ser realizadas durante o curso em unidades de ensino Fundamental e Médio. A carga horária total corresponde a 400 horas, distribuídas em unidades curriculares nos três últimos termos sendo: 150 horas em Estágio Supervisionado I – 4º termo, 150 horas em Estágio Supervisionado II – 5º termo e 100 horas em Estágio Supervisionado III – 6º termo.

Uma visão geral da distribuição da carga horária por modalidade de atividade é apresentada no Quadro 3. Este quadro também faz parte do documento do Projeto do Estágio Curricular Supervisionado que é entregue aos alunos pelo Departamento de Estágio da FACLEPP/UNOESTE.

Quadro 3 – Distribuição da carga horária do estágio supervisionado

Modalidade	Itens a serem investigados/descritos	Estágio I 4º termo	Estágio II 5º termo	Estágio III 6º termo
Levantamento de dados	• a escola • atribuições do diretor • atividades do professor • a clientela • o ensino • o projeto pedagógico • plano de ensino • regimento escolar	20	20	05
Atividades	• atividades de reflexão sobre a prática	20	20	25
Observação	• observação das atividades em sala de aula	20	20	10
Participação	• auxílio ao professor em atividades diversas	20	20	25
Planejamento	• elaboração dos planos de atividades a serem desenvolvidas durante o estágio de regência.	20	20	-
Intervenção (regência)	• recuperação ou reforço de conteúdo • trabalho com professor da classe • aulas ministradas aos alunos da classe (regência) • mini cursos, seminários, oficinas, palestras, diagnósticos • elaboração e desenvolvimento de projetos • pesquisa-ação • estudos de casos • desenvolvimento de materiais didáticos	40	40	25
Avaliação das atividades desenvolvidas no estágio	• relatório acerca das intervenções e das observações • portifólio sobre a aprendizagem construída • avaliação das atividades propostas	10	10	10
Total de horas a serem cumpridas no semestre		150	150	100

Fonte: (UNOESTE, 2009, p. 60 e 61)

O acompanhamento de estágio é feito por meio de fichas de controle impressas e entregues ao graduando que deve preenchê-la de acordo com a proposta para cada atividade. Estas fichas, depois de preenchidas, devem ser assinadas pelos professores e/ou diretor das unidades onde se realizaram as atividades e entregues ao Departamento de Estágio da FACLEPP, setor responsável em acompanhar a realização do estágio de todos os cursos de licenciatura da FACLEPP/UNOESTE, não somente do curso de Matemática.

A avaliação das ações de estágio é feita por meio de diálogos com os graduandos, análise dos pareceres dos professores ou do diretor das unidades onde se realizaram as atividades e pela análise das fichas de controle preenchidas pelos graduandos com os resultados das atividades executadas, feita pelo professor responsável do componente curricular.

Cruzando a informação da distribuição das atividades de estágio, presentes no Quadro 3, com a que consta Projeto do Estágio entregue aos alunos (Apêndice C), verifica-se que das 400 horas de estágio, 330 horas são de atividades comuns a todos os cursos de licenciatura e 70 horas são de atividades específicas da área da matemática.

Nas atividades específicas da matemática, foi encontrada uma no 4º termo com o título de “A ideia de número”, mas que não trata em nenhum momento dos números reais. Nas demais não há indicação de trabalhos para exploração dos conjuntos numéricos e suas propriedades. E também, são atividades que não envolvem ação prática do aluno em sala de aula, mas leituras e discussões reflexivas ligadas ao tema da proposta. O que não parece promover um diálogo entre teoria e prática no ensino de matemática.

Dentro das 330 horas de atividades não específicas da matemática, metade é destinada a atividades de intervenção / aula prática (105 horas) ou a atividades de observação em sala de aula (60 horas). A outra metade é dedicada à análise e avaliação do projeto de estágio, observação e levantamento de dados a respeito da organização e funcionamento da escola, análise do Projeto Político Pedagógico da escola, elaboração dos planos de trabalho docente para as atividades de intervenção e discussões sobre avalição diagnóstica.

Há propostas de atividades de reflexão sobre a prática, mas por meio de roteiros prontos e que não são na maioria das vezes planejadas especificamente para o curso de Matemática.

Assim, ao mesmo tempo em que observa um alinhamento da concepção do Estágio Supervisionado com as ideias da segunda dimensão de análise - A formação profissional na licenciatura - não se encontrou no exame das atividades de estágio propostas nenhuma relação direta com as ideias pertinentes às outras duas dimensões de análise. Principalmente em relação aos conjuntos numéricos, não há uma atividade pré-definida nem uma citação a respeito. A chance de alguma atividade ser relacionada ao trabalho com os números reais fica a cargo do acaso, na eventualidade do professor da unidade escolar onde o graduando faz seu estágio tratar do assunto em algumas das aulas em que o graduando esteja presente.

Curiosamente, uma busca pela expressão “números reais” em todo o texto do PPC de Matemática tem como resultado somente uma correspondência, encontrada na ementa da disciplina de Análise Matemática I, tal qual apresentada no Quadro 2.

Por fim, o PPC de Matemática descreve a rede de Bibliotecas da Universidade, sua missão como suporte informacional aos graduandos, regulamentos e um quadro com um resumo do acervo disponível nas unidades da rede. E chama a atenção para necessidade de acompanhamento sistemático e contínua reavaliação das decisões e ações propostas neste projeto para correção e/ou fortalecimentos destas. Que a constante reflexão acerca da concepção do curso de Matemática é que, “obrigatoriamente, aponta para o perfil do profissional que se pretende formar e sua relação com a sociedade” (UNOESTE, 2009, p. 16).

4.2. OS Planos de Ensino do Curso

Os dados observados inicialmente na análise do PPC de Matemática apontaram a necessidade de análise dos Planos de Ensino das disciplinas do curso com o objetivo de retirar elementos que reforcem, ou não, os indícios e pareces extraídos desta análise inicial. O olhar sobre cada plano de ensino foi o mesmo quando da análise do PPC Matemática, ou seja, com base nos mesmos referenciais extraídos da fundamentação teórica e representados pelas três dimensões de análise descritas no inicio deste capítulo.

Os planos de ensino de todas as disciplinas do curso de Matemática – Licenciatura da FACLEPP/UNOESTE foram analisados, buscando elementos entre os conteúdos programados que indicassem algo a mais do que fora observado na análise do ementário que consta do PPC, a respeito dos números reais. Também foram observados os itens referentes aos objetivos da disciplina, à metodologia de ensino e aos critérios de avaliação, visando encontrar principalmente indícios de alinhamento com a epistemologia de Bachelard.

Em consonância com a análise inicial do PPC de Matemática, nenhum elemento novo e significante foi encontrado nos planos de ensino das disciplinas do curso que não foram elencadas no Quadro 2, construído a partir da análise do ementário do curso. O mesmo aconteceu com a maioria das disciplinas que constam do Quadro 2, com exceção das disciplinas de Fundamentos da Matemática I – 1º termo, História da Matemática – 3º termo e Análise Matemática I – 5º termo. A apresentação resumida destas disciplinas com os respectivos elementos de análise retirados exatamente como estavam no plano de ensino é feita do Quadro 4, a seguir.

Quadro 4 – disciplinas e elementos de análise do plano de ensino

Disciplina	Elementos de análise
Fundamentos da Matemática I	Objetivos: • aprofundar o estudo dos conjuntos numéricos , estabelecendo relações entre eles e suas propriedades • solidificar conceitos matemáticos elementares necessários ao futuro professor de matemática Conteúdo Programático: • conjuntos: N, Z, Q, I e R – evolução histórica • comparação de números reais – intervalo.
História da Matemática	Objetivos: • Estudar a História da Matemática dando ênfase à construção dos conjuntos numéricos e ao surgimento da álgebra, da trigonometria e da geometria. Conteúdo Programático: • 1.Origem dos sistemas de numeração 1.1. A origem dos algarismos. 1.2. Sensação numérica. 1.3. Métodos de contagem: como o homem aprendeu a contar. 1.4. A importância das bases. 1.5. Os diferentes sistemas de numeração. 1.6. Atividade prática: análise de paradidático utilizado no Ensino Fundamental sobre a história dos números. Dimensão Prática: • A História da Matemática como recurso metodológico: relação entre o lógico e o histórico • A História da Matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais: contribuição para a valorização do processo e não apenas do produto final. • Dificuldades enfrentadas na História da Matemática que podem indicar algumas pistas em relação à dificuldade dos alunos.

Análise Matemática I	Objetivos: • Solidificar os conceitos de números reais e módulo de um número real; suas propriedades, sua interpretação geométrica, bem como, suas aplicações; compreender a importância do estudo de limites e o que representam; compreender as condições de continuidade de uma função e sua importância no cálculo diferencial. Conteúdo Programático: • 1.Números Reais 1.1. Números reais. 1.2. Módulo de um número real 1.2.1. Definição; 1.2.2. Interpretação geométrica; 1.2.3. Propriedades - demonstrações. • 2.Limites 2.1. Ideia intuitiva de limite de uma função; • 3.Função contínua Metodologia: • Participação ativa do aluno na produção e construção dos conhecimentos • Conteúdos problematizadores e significativos possibilitando a integração dos conhecimentos ao cotidiano e promovendo ações sobre a realidade

Fonte: Informações Acadêmicas em www.unoeste.br (Fevereiro, 2014)

Em Fundamentos da Matemática I, apesar de ser encontrado em seus objetivos o aprofundamento no estudo dos conjuntos numéricos, em suas relações e propriedades com o intuito de dar consistência a estes conceitos matemáticos elementares na formação do futuro professor, a descrição do conteúdo programático parece fortalecer a primeira análise de que a abordagem dada aos conceitos matemáticos referentes aos conjuntos numéricos é de revisão e nivelamento, preparando o aluno ingressante para usar estes conceitos como instrumentos para a construção e/ou aplicação em outras disciplinas.

Este fato é reforçado com a inexistência de elementos de análise no restante do plano. A escolha do verbo aprofundar, usado no texto do objetivo primeiro da disciplina, parece indicar no máximo uma continuidade do conhecimento trazido pelo aluno do ensino médio e não uma nova abordagem sobre os conjuntos numéricos. Ou seja, não parece haver um trabalho inicial de detecção dos conceitos trazidos pelos ingressantes para uma possível ação que proporcione romper com os conceitos intuitivos ou concepções alternativas desses ingressantes visando a construção do conhecimento científico a respeito dos números reais.

A disciplina História da Matemática coloca como um dos objetivos o estudo da história da construção dos conjuntos numéricos, feito com a discussão de textos sobre a origem dos sistemas de numeração. Mas no texto do plano de ensino, não há indicação de como este objetivo é desenvolvido na prática nem referência à construção do conjunto dos Reais.

Um indicativo de alinhamento com as dimensões de análise constituídas para esta pesquisa é a proposta encontrada no item Dimensão Prática que visa relacionar as dificuldades enfrentadas na História da Matemática com as dificuldades dos alunos na atual formação.

Também cabe destaque a valorização do processo de formação e não somente do produto final, nas reformulações dos Parâmetros Curriculares Nacionais da Matemática e a relação entre o lógico apresentado como produto, como conceito pronto e a realidade da sua construção na história. Estas propostas vão ao encontro da pedagogia defendida por Bachelard, principalmente no que tange ao reconhecimento do erro como elemento de integração na reconstrução dos pensamento do aluno, indispensável à formação do que o autor chama de espírito científico, no qual os erros, além de inevitáveis, são necessários para a superação dos obstáculos de aprendizagem.

Por fim, o plano de ensino da disciplina Análise Matemática I, aparece como o único real momento em que os alunos são levados a abstrair não em relação ao conceito ou à definição do que seja um número real, mas em relação à sua representação na reta e suas propriedades necessárias e observáveis na construção do conceito intuitivo de limite e dos demais conceitos que dele derivam, como continuidade de uma função e da derivada.

No objetivo da disciplina, assim como no plano de Fundamentos da Matemática I, encontra-se a expressão solidificar os conceitos, agora dos números reais, suas propriedades, representação geométrica na reta e aplicações. Esta expressão remete ao processo de tornar firme, estável, algo que já existe. Ou seja, pressupõe dar continuidade, ampliar os conhecimentos dos alunos a respeito dos números reais, que muitas vezes é intuitivo, natural do senso comum. No posicionamento desta pesquisa, faz-se necessário um romper com o senso comum, com o intuitivo. Um indicador de que este processo seja desenvolvido na disciplina é encontrado no item que descreve a Metodologia em que a disciplina é trabalhada, citando a “participação ativa do aluno na produção e construção dos conhecimentos”.

Algumas propriedades dos números reais que normalmente não são consideradas no estudo da Álgebra Elementar, mas que desempenham papel importante na conceituação de limite são consequência do chamado axioma do extremo superior. Não foi encontrado em nenhum momento, seja no PPC, seja nos planos de ensino uma referência a este axioma, que permite introduzir os números irracionais no sistema dos números reais e, consequentemente, atribuir ao conjunto dos números reais a propriedade de continuidade, essencial para a lógica da construção dos conceitos fundamentais do Cálculo e que são explorados segundo o plano da disciplina Análise Matemática I.

Entende-se que mesmo depois do aluno ter vivenciado mais da metade do curso de Matemática, o que em tese já lhe daria maturidade suficiente para lidar com a linguagem axiomática habitualmente utilizada na abordagem desses assuntos, a disciplina faz uso da intuição geométrica, considerando-a conveniente e suficiente para a formação dos conceitos a respeito do conjunto dos números reais.

Isso parece uma deficiência no planejamento da formação do futuro professor de matemática, visto que a compreensão nesta pesquisa é de que a construção dos números reais parta de diferentes definições e representações, tanto da matemática acadêmica quanto da matemática escolar. Mas pode ser um indício da constatação, por parte dos professores que lecionam a disciplina de Análise Matemática I ou da equipe de reformulação do PPC de Matemática (2009), de que os processos axiomáticos de construção dos números reais e suas propriedades não têm relação com a prática docente na escola básica.

4.3. Entrevistas com os Professores

As entrevistas com os professores tiveram por objetivo a obtenção de dados para a comparação ou complemento às evidências retiradas pela análise documental do PPC de Matemática e dos planos de ensino das disciplinas, a fim de ampliar a confiabilidade do estudo. Além de proporcionar o acesso aos diferentes olhares dos entrevistados sobre o evento e sobre o objeto de estudo. A ideia foi obter informações que os entrevistados têm acerca do ensino dos números reais no curso de formação de professores, informações que vão além das observáveis nos documentos do curso.

Nesta seção, a propriedade da fala de cada um dos quatro professores entrevistados é indicada pela inserção das marcas de P1 a P4, ao final da transcrição.

A análise das entrevistas foi realizada com base na análise de conteúdo conforme caracterizada por Bardin (2009). As categorias e subcategorias de análise são apresentadas no Quadro 5 e estão alinhadas a cada uma das três dimensões apresentadas no inicio desta seção e não foram definidas a priori, mas criadas durante a pré-análise.

Antes da apresentação da análise em si, um dado extraído da área de caracterização dos entrevistados do roteiro utilizado e que merece destaque é que todos os professores entrevistados são egressos de cursos de licenciatura em matemática.

Quadro 5 – Categorias de análise

Dimensão	Categoria	Subcategoria
A epistemologia de Bachelard	Desconstrução do conhecimento	Conceito de desconstrução Concepções intuitivas dos alunos Obstáculo epistemológico O erro numa perspectiva positiva
A formação profissional na licenciatura	A formação do professor de matemática para o Ensino Básico	Matemática acadêmica versus Matemática escolar Dificuldades e limitações na licenciatura Prática docente
Os números Reais	Os números Reais na formação do professor de Matemática	A importância na formação Construção, representação e propriedades Dificuldades de ensino Satisfação com os resultados da formação atual

4.3.1. Desconstrução do Conhecimento

No conceito de desconstrução defendido pela pedagogia de Bachelard, a instituição de um novo saber deve se dar não a partir, mas contra um conhecimento anterior, por meio de rupturas com o senso comum, o que pressupõe uma sequência de construções e desconstruções do conhecimento no processo de aprendizagem.

Sem que se perceba este conceito como algo instituído nas práticas de ensino dos professores do curso, alguns relatos dão indício de que a desconstrução acontece em alguns momentos, não propriamente como algo planejado, mas como parte do modo de ensinar do professor.

> ... quando eu entro com Análise, eles já viram limite, derivada, integral... eu desconstruo... desconstruo não, eu construo novamente aquilo tudo. (P3)
>
> ... faço isso para ver se limpa a cabeça deles e se começam a fazer tudo de novo. (P4)

Intuitivamente, a ação destes professores vai ao encontro da noção de desconstrução aqui defendida, em que a aprendizagem se dá a partir da desconstrução de um conhecimento anteriormente adquirido, afastando o pensamento dos alunos das inferências obtidas por meio do senso comum. A ligação do relato à disciplina Análise Matemática I corrobora a análise anterior feita no plano de ensino da disciplina. Ao mesmo tempo, dá indícios da necessidade da prática da desconstrução para formação de um conhecimento científico mais elaborado, mais abstrato, com base em axiomas e teoremas, onde não há possibilidade de amparo em aparatos metafóricos para dar significado ao conceito matemático.

A prática da desconstrução pelos professores parte do ato de detectar, conhecer, para depois romper com os pré-conceitos do aluno e construir novamente esses conceitos à luz do conhecimento matemático, por meio de uma sequência de ações didático-pedagógicas planejadas que substituam a sequência lógico-formal usualmente adotada. Tanto na análise dos documentos, quanto nas entrevistas não foram encontrados indícios deste planejamento, de que haja preocupação em reconhecer os pré-conceitos dos alunos, de explorar e compreender seus conhecimentos em relação aos números reais. O que reforça a percepção de que a desconstrução, se acontece, é na maioria das vezes de maneira intuitiva e não provocada.

> Sinceramente, eu não vejo esta preocupação. Eu vejo assim: o curso é assim, um quadradão. A gente sabe que o aluno tem deficiências, mas eu não vejo uma preocupação em sanar o problema, infelizmente. (P1)
>
> O aluno quando entra... quando eu dou Cálculo I, geralmente eu dou as operações, começo a trabalhar com ele como se ele não conhecesse nada... a gente dá, obviamente que é rápido porque você não pode fica só com isso... a gente dá uma noção pra ele, se ele assimila ou não?... (P2)

Uma possível consequência deste fato é a não propagação do conceito de desconstrução como prática a ser incorporada e reproduzida pelos futuros professores com seus alunos da escola básica. Como os professores formadores não deixam clara a sequência de ações de desconstrução e construção do conhecimento matemático e sua intenção ao fazê-la, os graduandos não as percebem como um saber pedagógico a ser usado de modo consciente pelo profissional docente. Bachelard (2001) chama este saber de pedagogia consciente.

> Ele não tem a visão que eu estava fazendo uma atividade exploratória, ele não consegue ver isso... então ele não consegue aplicar isto na prática. (P3)

O mesmo professor P3 reconhece a importância da pedagogia consciente na formação do futuro professor, quando questionado sobre o trabalho com atividades exploratórias dos conceitos intuitivos dos alunos.

> Tem que fazer mesmo, por que ele sabe fazer isso, ele vai fazer com o aluno dele. Eu sempre fiz, porque senti isso quando fiz a graduação. (P3)

Bachelard afirma que o conhecimento científico se opõe à opinião e chama atenção para do pensamento simplista. Segundo ele “a opinião pensa mal; ela não pensa, traduz, necessidades em conhecimentos. Ao designar os objetos pela sua utilidade, coíbe-se de os conhecer” (BACHELARD, 2001, p. 166). Mas este não parece ser o entendimento dos professores entrevistados, com exceção do professor P1 em sua fala sobre como vê a construção dos números reais na licenciatura.

> Existe uma construção em cima destes números e muitas vezes eu acho que o desenvolvimento desta construção não é certa, da forma como se

> passa... Este tipo de simplificação não precisava ter, porque não é tão complicado a ponto de nunca entender. (P1)

Na opinião dos professores P2 e P4, alguns conceitos, não somente dos números reais, são trabalhados de forma simplificada ou porque não são vistos como importantes na formação do professor para a escola básica ou porque é o único modo do aluno entender algo relacionado ao conceito.

> aqui não é uma Análise profunda, com aquele monte de demonstrações... aquele monte de coisas a gente não faz aqui porque não é importante, eu acho, para a formação do professor. Ele tem que entender os conceitos, saber trabalhar com eles... mas agora fazer um monte de demonstrações que eu tive que fazer e não lembro mais nada, não acho que precisa. (P4)

> a gente não usa muito a palavra tendendo, só vai usar mesmo quando for trabalhar a noção de limites... tender, aproximar... quando eu dou a noção de limites eu coloco, dou um exemplozinho bem característico... agora quando vc passa só para a simbologia, aí fica um mais difícil para ele (aluno) entender. (P2)

> ... e tem que ser de um modo simples, não adianta vc quere fazer, mostrar uma coisa de um jeito muito cheio de detalhes, tem que mostrar da maneira mais simples possível.. ai que ele vai entender, a gente tem que simplificar . Você começa do todo e vai mostrando que aqui também, aqui também ... de forma simples, sem muita complicação. O que eu quero dizer é assim: a explicação de um conceito matemático que a gente as vezes faz tanta coisa, a gente demonstra tanto ... você tem que tentar fazer aquilo, fazendo um exemplo para que ele enxergue aquilo na vida dele, no contexto da vida dele ... no mundo real, visível, físico, palpável. Aí você pode partir para fazer as outras coisas, mostrar de uma outra forma. (P4)

Para Bachelard (2001), o uso abusivo de verbetes familiares, que refletem o pensamento em seu estágio primitivo, o hábito de recorrer a analogias, metáforas e imagens para dar significado e transmitir um conceito matemático, impede que o aluno desenvolva a abstração necessária para seu entendimento, transformando-se em obstáculo à aprendizagem. O modelo se sobrepõe à abstração do conceito. O uso do diagrama de Venn normalmente utilizado para representar o conjunto dos números Reais como uma expansão a partir dos Naturais incomoda o P1, que vê nele um obstáculo de aprendizagem:

> Essa construção não vem correta desde o ensino médio... eles fazem a figura de uma bolinha dos Naturais dentro da bolinha dos Inteiros, dos Inteiros dentro dos Racionais, depois os Irracionais... esta forma como é passado, um dentro do outro simplesmente, isso eu não concordo... isso só atrapalha. (P1)

> ... porque os diagramas não fazem ele enxergar isso, entender o problema do infinito nos conjuntos... então a reta é o momento em que você consegue mostrar tudo assim pra ele, ver que é continuo, que é um conjunto só. Que tem parte separadas, mas que foi sendo ampliado conforme a necessidade. (P3)

Um dos professores citou a realização de atividades alinhadas com a concepção do erro como elemento ativo e necessário para o desenvolvimento do conhecimento científico, e não como algo negativo, que deve ser evitado.

> Coloco também umas demonstrações erradas. Digo assim "o aluno tal resolveu o limite assim" e apresento para eles a solução. Daí pergunto: "tá certo? Tá errado? Onde tá errado?". Ele tem que achar o erro... e é legal, porque ele vai ter que refazer e achar onde está errado! Isso é uma ferramenta muito boa, o aluno tem que prestar muita atenção, saber direitinho o que tem que fazer... e fazer de novo, por que as vezes olhando somente ele não vê o erro. (P3)
>
> acho que a gente tem que tentar despertar no aluno do curso de matemática a investigação, a curiosidade ... acho que a gente precisa fazer nas disciplinas umas perguntas e mandar ele investigar.. ele vai se virar do avesso, achar alguém que explique pra ele .. não é interessante? a gente colocar para todos os professores (perguntarem) esses detalhes, cada vez que surgir (uma dúvida) ele faça (a demonstração) ou faça a pergunta pro aluno buscar e trazer para ele ... senão os detalhes que são colocados pro aluno, isso é isso e ele (aluno) "tá bom" e fica. (P3)

O professor P3 demostra a necessidade de se desenvolver no aluno do curso de Matemática a inquietação com o conhecimento pronto, a dúvida como atividade intelectual acadêmica. A necessidade do professor formador ser muito menos alguém que ensina para ser alguém que desperta, que provoca, que estimula, que questiona e se deixa ser questionado.

4.3.2. A Formação do Professor de Matemática para o Ensino Básico

Analisando as respostas dos professores à luz desta categoria percebe-se o reflexo da não definição da concepção de Matemática que embasa e dá corpo à formação que se deseja no curso, tal como foi chamada a atenção quando da análise do PPC de Matemática. No PPC há indícios de que a concepção adotada é voltada para a Matemática Acadêmica, em que se considera que os conhecimentos necessários para a formação de um professor de Matemática deve ter foco sobre o domínio dos conhecimentos específicos da área, ou seja, trata diretamente com os conhecimentos das disciplinas específicas da matemática e não de como lecioná-las. Os professores parecem seguir esta concepção no seu planejamento das disciplinas, mas também parecem reconhecer o distanciamento que existe entre a formação acadêmica e as questões necessárias para a prática docente na escola.

> e estas coisas elementares é que são os pontos críticos das coisas ... por que são coisas simples que a gente professor acha que o aluno está entendendo tudo, vai assimilando, e não vai... se você não falar que a representação de 2 e 2/1 é a mesma coisa , assim como 1x, x^1, se as vezes eu não colocar o 1 lá, ele não enxerga (não vê a representação do elemento neutro implícito na notação) (P3)
>
> eu falo: "você vai lá na sua cidade não vai ensinar equação diferencial, mas esta continha que eu estou fazendo para resolver ela você vai!" (P2)
>
> então dentro do contexto, existe lá uma operação de fração... então as operações que se faz com os números reais é fundamental, ele vai precisar a vida inteira (como professor). (P2)
>
> no 2º termo comecei a dar equação exponencial, então primeiro eu trabalho todas as potências ... coloco $2^{-1,}$ faço a inversão e fica $1/2^1 = 1/2$ .. ai dou na lista de exercícios $(2/3)^{-1}$. Pronto, " professor como faz esse aí?" ... ele não consegue ver que tem que inverter a fração... são coisas assim tão pequenas que a gente não dá valor! Por isso eu acho que dentro do ensino médio o professor tem que ter um momento em que ele tem que trabalhar muito isso ai , muito bem tudo isso, todas as propriedades... acho tudo muito importante. (P4)

Os trechos destacados tem origem em relatos da entrevista em que o assunto era a respeito de dificuldades de ensino em relação aos números reais. Curioso, mas até normal, os professores não falaram diretamente de suas dificuldades em ensinar, algo pessoal, mas sempre se referiam aos alunos, relacionando as dificuldades de ensino às dificuldades do aluno compreender ou não determinado assunto. Mas um relato em particular chamou a atenção pelo fato de indicar a dificuldade, os limites do professor formador, em função das características da sua própria formação, da concepção de matemática que foi trabalhada quando ele fez a licenciatura:

> Quando eu dei (aula de análise real na graduação), eu era muito inexperiente. Eu venho de outro contexto, então eu tinha na minha cabeça que tinha que ensinar como demonstrar. ...e foi muito difícil para mim também, tanto que só trabalhei um semestre e depois não dei mais (a disciplina). (P1)

> tem outro ponto também, tem o limite do professor, tem o limite de quem ensina. (P1)

Os discursos dos professores vão ao encontro dos resultados da pesquisa de Rocha e Fiorentini (2009), descritos na seção 2.2 da Fundamentação Teórica. Coincidem com a percepção dos egressos da licenciatura em matemática investigados que dentre outros pontos, questionam o fato do conhecimento matemático específico apresentado na formação não atender às necessidades da docência no Ensino Básico; a falta de um estudo aprofundado a respeito dos conteúdos da Matemática Escolar, da matemática elementar e a necessidade de buscar sozinhos um domínio compreensivo do conteúdo, em textos diferentes dos apresentados na licenciatura, tendo em vista a perspectiva de ensiná-los. Sobre isto um professor ainda comentou

> isto é muito abstrato... eu quando entrei na faculdade, eu ia não sei quantas vezes atrás de uma professora que dava esta definição formal, com uns trequinhos escrito na lousa ... ela não sabia ensinar nada, só (matemática) acadêmica... eu não entendia de jeito nenhum... o jeito que eu passo foi o jeito que eu aprendi (depois) sozinha. (P3)

O trabalho com os conteúdos matemáticos elementares da Matemática Escolar parece ser limitado a uma mera revisão do que foi ou deveria ter sido aprendido na Educação Básica e como suporte para o estudo de outros conteúdos das disciplinas específicas.

> eu acho que no nosso curso, o professor de Fundamentos da Matemática I, quando ele entra, ele trabalha função ... que ele comece antes de função, comece o conjunto dos reais mais assim, se preocupando em mostrar pra eles , fazer a reta real com eles... tudo de novo ... porque Fundamentos não é pra gente pegar todo o ensino médio e tenta trabalhar com eles? (P3)
>
> eu vou trabalhando os conceitos básicos, conforme vão surgindo as dúvidas... conforme eu preciso... eu estou no meio de uma demonstração e me perguntam: “por que todo número elevado a zero é um?”... ai aplico a propriedade de potência: $8/8 = 2^3/2^3 = 1$ e $2^3/2^3 = 2^{3-3} = 2^0$ e por isso é 1. E aí eles exclamam OOHH! Eles acham legal umas coisas assim, porque eles nunca imaginavam. (P4)

A disciplina de Fundamentos da Matemática I no 1º termo do curso, inclusive quando da análise do seu plano de ensino, parece ser eleita como o momento de revisão e do nivelamento dos alunos, com a ideia de retomada de algo interrompido ou inacabado, ao invés de visar a atuação do aluno como futuro professor do Ensino Básico.

Uma semelhança foi encontrada na fala da um professor e o colocado por Santos (2005) em relação à reclamação dos coordenadores de licenciatura abordados em sua pesquisa quanto ao problema de "semi-analfabetismo", inclusive matemático dos alunos.

> ... tem aluno que não sabe interpretar, é falha de interpretação de texto, do problema... se não souber interpretar como ele vai saber escolher as ferramentas que devem ser usadas?! (P2)
>
> ... uma sugestão é trabalhar mais com questões que envolvam interpretação, contextualizar... é preciso interpretar e representar... mas eles tem muita dificuldade, quando você dá uma questão para ele interpretar. Eu senti esta dificuldade em geometria plana e em geometria euclidiana... porque o desenho é uma interpretação do exercício... esta habilidade com o tempo é que eles vão adquirindo. (P4)

Em diversos momentos na entrevista com os professores, levantou-se a questão do Estágio Supervisionado, das tutorias e a respeito do fato de alguns alunos já terem vivido experiência docente ou estarem atuando como professores de matemática durante o período de formação. Ao falarem de possível contribuições para a formação do aluno que participa de alguma dessas experiências, P(3) e P(2) se manifestaram assim:

> Tem (diferença) sim, no sentido que ele pra atuar, tem que estudar.. até no Ensino Fundamental ele tem que estudar, ele tem que preparar ... por que todo mundo tem que estudar ... o aluno está fazendo matemática aqui, e ele vai dar aula lá... mas ele tem que pegar aquele conteúdo , resolver tudo. E aí o que é que acontece? E ele melhora a sua base. Na hora que você trabalha com ele nas disciplinas (da graduação), a gente percebe que ele está mais "antenado", tem mais vontade de aprender por que sente... ai ele sabe a necessidade que ele vai ter depois. Eu vejo mais esta diferença, na parte do aluno ficar mais interessado. (P3)
>
> ... isso ajuda muito ele como professor. Eles sentem as dificuldades ... Aqui nós temos tutoria... demorou para sair uma tutoria porque eles não tem muito tempo Mas nós temos tutoria para as escolas de fora também, do ensino médio, a gente faz tutoria de outro curso, da própria matemática... não é tanta a procura, mas eles tem ... e é bom pra eles praticarem. (P3)
>
> seria como um estágio, mas um estágio mais responsável, por que ele tem que dar conta do recado.. Eu acho muito bom pra ele (aluno). O bom seria partir mesmo desta prática, mas fica mais complicado de estruturar. Tem alguns outros cursos que ouvi falar assim, conforme a prática vai trazendo problemas você (o curso) vai desenvolvendo a teoria em cima disso. Mas na Matemática isso é meio complicado. Também dependeria de professor. (P2)

Os relatos indicam que os professores têm a percepção de que o aluno com um contato direto com sua prática, desenvolve melhor a sua formação na graduação, tem mais interesse, entende antecipadamente sua formação, as dificuldades do ensinar matemática. São momentos em que o aluno tem espaço para refletir sobre sua prática, discutir com os pares e com os professores as dificuldades do trabalho pedagógico e escolar, em que tem contato real com a indisciplina, com a falta de motivação e outras questões de gestão e controle da classe.

Mesmo tendo esta percepção, não se encontra nos relatos menção a ações que visem intensificar a ocorrência destes momentos durante a formação. O motivo disso talvez tenha esteja na frase “Também dependeria de professor”, dita pelo professor P2, se relacionada com a opinião dos coordenadores participantes da pesquisa de Pires (2006), de que para modificar a estrutura curricular das licenciaturas de modo a fornecer uma formação completa tal qual proposto pelas Diretrizes Nacionais de Formação de Professores para a Educação Básica em Nível Superior, antes seria necessário “para os cursos de licenciatura por um tempo e formar quem vai dar aula na licenciatura”.

4.3.3. Os Números Reais na Formação do Professor de Matemática

Nesta categoria buscou-se elementos que indicassem como os professores percebem o ensino dos números reais e/ou assuntos a eles relacionados no curso de Matemática, à luz de questões como “o que são os números reais?”, “como são conceituados, representados e significados os números reais na licenciatura?”, “qual a importância dos números reais na formação do professor da escola básica?”, “quais as dificuldades no ensino dos números reais?”.

Referente à primeira questão, a opinião dos professores não foge da clássica definição dada aos números reais como o conjunto numérico fruto da união de outros conjuntos numéricos. Ou também como produto final de um processo de ampliação em função de necessidades históricas de ordem prática.

> a definição de números reais é todos os números, junção do natural, do inteiro, os racionais, os irracionais que formam uma cadeia chamada de números reais. (P2)
>
> quando a gente trabalha sobre isso ai, eu sempre falo, os naturais, como nasceu, os racionais que pelas necessidades foram se alastrando para os irracionais e a junção disso tudo dá os números reais (P4)

Quanto à representação dos números reais, o uso da reta formada por pontos associados aos elementos do conjunto dos reais parece ser eleita pelos professores como a melhor maneira de apresentá-los aos alunos, de modo que compreendam quem são e como modo de verificar algumas de suas propriedades, como a continuidade e infinitude.

> representar na reta real. Se ele tiver a ideia da reta real na cabeça ele tem uma ideia muito nem definida do que é número real. (P2)
>
> então a reta é momento em que você consegue mostrar tudo assim para ele ver que é um continuo, que é um conjunto só, que tem nome separado que foi sendo ampliado conforme a necessidade.(P4)
>
> quando eu falo em número real, eu estou falando que tem o 5,000001 o 5,000000001 e ainda falo: “veja se você consegue colocar isso ai na reta real?” Então eu falo assim para ele entender o problema de infinito. (P3)

Cobianchi (2001) fez um estudo com professores em que verificou a mesma visão de que cada ponto da reta representava um número real e destaca que qualquer atividade de ensino com os números reais deveria conter as noções de continuidade numérica, mas Artigue (1991 apud BARTO 2004) chama a atenção que a associação criada pelos alunos dos reais com a reta numérica não corresponde ao conceito da continuidade numérica, mas que a veem como um conjunto de pontos, o que acaba provocando confusões também em relação ao infinito, em que um segmento da reta é visto como finito e menor em número de elementos que o outro segmento da reta maior em tamanho.

Esta questão do infinito é citada como uma das dificuldades dos alunos da licenciatura e visto como algo importante na compreensão dos Reais, mas assim como nos planos de ensino, não se encontrou nos relatos dos professores um indicação de um esforço no sentido de discutir melhor questões relacionadas ao infinito.

> A parte de infinito também é muito importante ... ele não tem noção... pega um intervalo... dentro de um intervalo ele é infinito, e que um pedaço dele que também é infinito... que o todo (a reta) é do mesmo tamanho da parte (segmento de reta). Isso é difícil de passar para ele, fazer o aluno pensar em infinito é muito difícil. (P3)

E a dificuldade com o infinito parece acarretar outras dificuldades, principalmente na compreensão do conceito de limite, alicerce do Cálculo Diferencial a Integral, conforme descrito com Cunha (2007) em seu estudo sobre as dificuldades matemáticas dos alunos em relação ao tema “o infinito”.

> Quando você faz o limite de 1/x. Eu aproximo do zero e pergunto para onde o resultado vai. "Pro infinito professora". Mas isto ai não é valor, isto é um símbolo! E também vai se aproximar por onde? O resultado muda! Outro dia no 6º termo eu estava falando da regra de L'Hospital. Então tinha um limite que dava infinito, ficava lá o denominador sobre 0 ..."mas por que isso professora?" eu disse, "existe divisão por zero? não, tá... então vamos entender isso aí. Divide 1/0,1, quanto dá? E 1/0,01 etc..”. eles não tinham noção de que aquilo vai aumentando e que quanto mais perto do zero tá (o denominador), mais o número vai ficando grande, infinito... não existe este número, mas você tá fazendo um limite, então tende e dá infinito, uma representação ... e é tudo dentro dos reais! É complicado! (P3)
>
> porque se ele não entende o conceito de limite não aprende função contínua (P3)

Pesquisas como as de Sierspinska (1987) e Soares (1999) evidenciam que a maior parte das dificuldades dos alunos no que se refere à aprendizagem de limites e continuidade de funções não são fruto diretos do novo conhecimento apresentado, mas devido à confusão na classificação de números racionais e irracionais e do desconhecimento da propriedade da densidade do conjunto dos reais.

Nenhum comentário a respeito das propriedades de densidade foi feita pelos entrevistados. Talvez entendam que esta propriedade possa ser mais implicitamente compreendida pela representação do conjunto dos reais por meio da reta real. Mas os números reais são citados em diversos momentos.

> tudo que envolve os irracionais é difícil deles entenderem.(P3)
>
> os irracionais, eles existem e eles são aplicáveis (P1)
>
> eu acredito que uma dificuldade não para o professor, mas para o aluno entender é os irracionais, que raiz de 2 é 1,41... uma sequência ... eu

> coloco na reta numerada e mostro, olha o 1, é raiz quadrada de 1, o 2 é raiz quadrada de 4 e pergunto: “onde está a raiz quadrada de 2?” Bem, está entre a raiz e 1 e de 4. Ele tendo uma noção de onde se encontra essas raízes... ele não precisa saber a localização exata desses números ... se me perguntar qual o valor da raiz quadrada de 5 eu posso não saber, mas eu sei falar que ela é maior que quem ou é menor que quem ... então eu sei que a raiz quadrada e 3 é um pouco maior que a de 1, entre 1 e 2, e assim vai ... aproximando para ele entender... sabendo o quadrado dos naturais ele sabe onde estão inseridos os demais, no caso de não estar usando uma calculadora.(P2)
>
> (os irracionais) usa-se pouco, tudo é ... você anda 2km, 3km, você vai comprar um pedaço de algo, nunca vai pedir a raiz quadrada de 2.. uma falta da praticidade no dia-a-dia deste números (P2)

Na seção 2.3.1 da Fundamentação Teórica encontram-se referências ao fato dos elaboradores do PCN de Matemática reconhecerem as barreiras criadas pelos irracionais na construção dos reais no ensino básico devido ao tratamento formal dado ao estudo destes números, o que consideram inadequado. Dentre as ações que sugerem:

- evitar a identificação do número irracional com um radical.
- Identificar o número racional como um ponto reta, situado entre dois racionais
- Conhecer os números irracionais obtidos por raízes quadradas e localizá-los na reta numérica, inclusive por meio de construções com régua e compasso.

Um dos trechos retirado da fala do professor P3 vai justamente ao encontro de uma das propostas de trabalho indicadas pelo PCN de Matemática (1998):

> A representação é uma coisa que eu sempre gostei de fazer lá no ensino médio, pegar o compasso e representar as raízes porque ele vê que aquilo existe e tem um lugarzinho na reta definido... e que você consegue achar através da construção...(P3)

Quando da análise dos documentos do curso, muito pouco ou quase nada foi encontrado referente ao tratamento dado aos números irracionais na formação do professor de matemática da FACLEPP/UNOESTE. Os recortes dos relatos dos professores apresentados são os únicos elementos que dão indícios de como os irracionais são trabalhados no curso.

Evidencia-se nas falas dos professores pontos de concordância com o que diz Moreira (2005), de que a dificuldade em fazer com que os alunos compreendam o conceito de números reais é que a maioria deles não pode ser vista, ser encontrada nas coisas materiais. Valores como $\sqrt{3}$ ou π não são encontrados nos instrumentos de medida. E destaca ainda que para o professor da escola básica é fundamental conceber o número real como um número, algo representável, que o aluno do ensino básico consiga relacionar com o concreto, assim como consegue fazer quando trabalha com os demais conjuntos numéricos dos Naturais, Inteiros e Racionais. E isto é difícil de conseguir quando o número é um irracional, o que gera a necessidade de ser discutida na licenciatura a ideia de incomensurabilidade, passando por uma reelaboração do que seja medir algo, fixada a uma unidade, tornando transparente e compreensível o fato de que segmentos relacionados a um numero irracional não podem ser representados por uma fração (racional) da unidade. Sem isso, Moreira (2005) afirma que a conclusão dos alunos a respeito dos irracionais é que eles não têm finalidade, não tem uso, de nada servem, pois não se parecem com um número, tal qual foram habituados por meio de elaborações e reelaborações que se desenvolvem a partir de uma concepção original e nuclear que é a de número natural.

Ainda sobre este mesmo tema, há relato das dificuldades dos alunos da graduação em conceber o conjunto dos reais como um todo, que engloba os demais conjuntos numéricos e consequentemente seus elementos. Ou seja, que um natural, um inteiro, um racional ou um irracional são também números reais.

> Uma dificuldade que eu sinto, não sei se é a maior dificuldade, mas é a que eu vejo, é fazer o aluno entender que é uma coisa só, que é um grupo só. Que ao mesmo tempo onde num cálculo de estatística usa números reais, são baseados nos números reais, você também pode fazer um cálculo de funções, um cálculo de limite, um cálculo de integrais, usando um mesmo conceito do mesmo grupo. (P1)
>
> ... para ele parece que é tudo solto, então o professor precisa juntar tudo e mostrar para ele que são a mesma coisa. (P1)

Outro fator a ser destacado é a importância dada pelos professores para a necessidade de se trabalhar mais e formalmente as propriedades e operações válidas no conjunto dos números reais

> ... as operações que se faz com os números reais é fundamental, ele vai precisar a vida inteira. As propriedades também. (P2)
>
> O aluno quando entra, quando eu dou Cálculo I, geralmente dou as operações... racionalização, evidência, produtos notáveis... o uso da distributiva... (P2)
>
> Para mim é o todo, conseguir que o aluno tenha uma visão do todo do conjunto dos números reais, todas as inclusões e as propriedades, entender como que funciona, como ele pode trabalhar com os números. (P1)
>
> ... por exemplo, elemento neutro, oposto, inverso. O aluno tem bastante dificuldade para entender porque é, porque não é... tudo operacional, isto é, uma operação. (P3)
>
> ... que ele incorpore as propriedades, que ele entenda qual propriedade tem o conjunto: comutativa, distributiva etc... (P3)
>
> ... aquele negócio de passar para o outro membro... tem assim, 2x = 5. Ele pega o 2 e passa, fica x = 5/(-2). Vê a importância de mostrar o que ele tá fazendo errado! (P3)

Observou-se aqui a aparente preocupação dos professores que os alunos da licenciatura conheçam e saibam fazer uso das propriedades e operações elementares envolvendo os números reais, o que na opinião deles é importante não só durante sua formação, mas principalmente para sua atuação na escola básica.

Finalizando esta seção da dissertação, considerou-se relevante destacar um relato do professor P3, sem encaixá-lo em nenhuma categoria específica, mas que retrata no mínimo um reflexo da trajetória de formação de um professor de matemática e que merece reflexão.

> ... e que o aluno nosso, se ele não sair com isso, ele não consegue fazer isso lá fora não, sozinho. Como é que ele vai explicar um negócio se ele não aprendeu daquele jeito! E eu aprendi com a minha vivência essas coisas, sozinho ... mas demora, né! Se você saiu prontinho assim neste aspecto, que ninguém sai pronto de nada, mas se você teve essa base bem formada, eu acho que é importante. E e que ele saiba perguntar, ser curioso e que o professor dele pode são saber, mas se não sabe vai buscar saber, vai pesquisar, vai buscar outras explicações diferentes. Porque ai ele encontra outras demonstrações e ver que não é só aquela coisa simples que eu expliquei. (P4)

Diante dos dados apresentados e da análise à luz das categorias definidas, pode-se concluir que o curso de formação de professores de Matemática da FACLEPP/UNOESTE necessita reavaliar o planejamento de suas ações quanto ao ensino dos números reais, visando a formação profissional de um professor que irá atuar na escola básica.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conjunto dos números reais e tudo que o cerca geram temas fundamentais na formação do professor de matemática, visto que o conhecimento desse conjunto e de como ensiná-lo são subsídios elementares para a aprendizagem da Matemática.

Sustentado por este fato, motivado por indicativos de pesquisas, foi planejado o percurso baseado em três objetivos específicos. O primeiro foi o de identificar como é planejada a mobilização dos saberes, conceituais e da prática docente.

Os resultados mostraram que mesmo após a última reformulação do Projeto Pedagógico a estrutura do curso ainda relembra o modelo de formação tradicional sustentado nas disciplinas específicas da matemática, complementada pela inserção de algumas disciplinas de aporte pedagógico, a maioria delas trabalhadas com metade da carga horária a distância. Persiste a desvinculação teoria-prática, das disciplinas de conteúdo matemático específico das disciplinas de prática pedagógica, mantendo-se as questões da prática docente na escola básica distante da formação acadêmica que é dada. E mesmo nas disciplinas específicas, não há um só momento dedicado ao processo de construção dos números reais, de suas formas de representação ou de suas propriedades. Os números reais parecem mesmo vistos como sabido pelos alunos ingressantes, merecendo apenas um período de revisão e nivelamento do conhecimento a respeito dos mesmos, concentrado na disciplina de Fundamentos da Matemática I, no 1º termo.

O Estágio Supervisionado, mesmo sendo o momento de maior contato do aluno com a sua futura prática contempla muitas atividades de observação, poucas de ação e entre estas poucas, nenhuma relacionada ao trabalho com os conjuntos numéricos e suas relações. Alguma atividade envolvendo os números reais é fruto do acaso, na sorte do graduando participar de uma aula sobre o assunto, ministrada pelo professor da unidade escolar onde realiza suas atividades de estágio. Os professores do curso reconhecem o efeito positivo, no processo de formação, do exercício da prática docente nos alunos que realizam atividades de tutoria ou que já atuam em unidades escolares durante o período da graduação. Compreendem, assim como defende Bachelard (2001), que o ato de ensinar é o melhor meio para aprender.

Do segundo objetivo, verificar que conhecimento matemático sobre os sistemas numéricos, em especial os números reais, é apresentado e como isso ocorre segundo os professores formadores do curso de Licenciatura em Matemática da UNOESTE, percebeu-se por parte dos professores o uso uma concepção de matemática voltada para a Matemática Escolar, contrária a percebida no Projeto Pedagógico do Curso. Talvez fruto de um ponto positivo do curso, de que a quase totalidade dos professores são egressos de licenciatura de matemática.

Eles, a partir das manifestações na entrevista, indicam que suas ações tem por base o ensino prático sobre os números reais, para instrumentar o aluno no uso de suas operações e propriedades, além da representação na reta e nos gráficos de funções. Verificamos que não há preocupação dos docentes, nem no Projeto Pedagógico, de trabalhar a construção dos números reais de modo a favorecer o fazer e o ser profissional do professor. Isso exigiria discutir diferentes formas de representação, em especial questões ligadas ao significado e à representação dos irracionais e caracterizá-los como um número, operacional, aplicável.

Questões ligadas ao infinito, à ideia de incomensurabilidade, de densidade e completude dos reais, da cardinalidade dos conjuntos numéricos, as diferentes representações decimais de um mesmo número real, parecem distantes da formação do professor de matemática, ou por não serem considerados importantes ou porque não há tempo nas disciplinas como estão estruturadas hoje.

As dificuldades de ensino dos professores são relacionadas normalmente às de aprendizagem dos alunos. Elas são tratadas isoladamente, por cada professor, do seu jeito, conforme aparecem, apresentadas pelos alunos, ou conforme a necessidade sentida pelo professor em meio a uma aula em que faz uso de um conhecimento correlato aos números reais.

Quanto ao terceiro objetivo, de averiguar a importância dada e o tratamento dispensado, pelos professores formadores, às concepções intuitivas dos alunos, suas representações e seus significados, em assuntos relacionados aos números reais, ficou evidente nos documentos e nos relatos dos professores que não há a prática formal da desconstrução do conhecimento visando o desenvolvimento do saber científico a respeito dos números reais. Falta a prática de identificar e compreender as dificuldades dos alunos quanto aos os números reais, isso possibilitaria ao aluno o processo de desconstrução do conhecimento intuitivo, para posterior construção de um novo conhecimento, adequado à formação docente.

Unindo tudo isso, este trabalho representou para este pesquisador a oportunidade de visualizar o curso da instituição em que atua como um todo e numa profundidade antes não percebida. Visão que pretende compartilhar com a própria instituição e com os envolvidos com o curso objeto da pesquisa e cujos resultados espera servir para discussão de propostas de melhoria da formação do professor que atua na escola básica. Acreditamos servir isso a outros cursos de licenciatura, de outras instituições. Dentre possíveis sugestões, merecem destaque:

- Deixar clara a concepção de matemática para o curso, devendo estar no Projeto Pedagógico e ser adotada pelos professores do curso.
- Revisar a concepção do Estágio Supervisionado de modo a contemplar a participação ativa do aluno no ato de ensinar matemática
- Aumentar o envolvimento dos graduandos em projetos de iniciação científica partilhado com outras áreas do conhecimento, em parceria com outros cursos.
- Discutir novas estratégias que favoreçam e potencializem o fazer e o ser profissional do professor que ensina Matemática, tanto durante sua formação, quanto após ela.
- Dedicar atenção maior ao processo de construção dos números reais, suas formas de representação, propriedades e operações logo no inicio do curso.
- Repensar a orientação epistemológica que conduz as práticas pedagógicas.

Mesmo assim, tem-se consciência que a realização desta pesquisa corresponde a uma pequena parte em meio ao universo da educação superior que busca melhorar sua qualidade. Logo, espera-se também que esta pesquisa desperte a necessidade de novas investigações em relação à formação do professor que ensina matemática no ensino básico.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional**. Brasília: Liberlivros, 2005.

BACHELARD, Gaston. **A epistemologia**. Lisboa: Edições 70, 2000.

BACHELARD, Gaston. **O novo espírito científico**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2001.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 4. ed. Lisboa: Edições 70, 2009.

BARTO, Maria Cecília Arena Lopes. **Um olhar sobre as ideias matemáticas em um curso de cálculo:** a produção de significados para a continuidade. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BOFF, Daiane Scopel. **A construção dos números reais na escola básica.** Porto Alegre: Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.

BOULOS, Paulo. **Pré-cálculo**. São Paulo: Makron Books, 1999.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. 2.ed. São Paulo: Edgarf Blücher, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:** Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. **PCN+Ensino médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002a.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP1/2002, de 18 de fevereiro de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. **Diário Oficial da União**, Brasília, 9 de abril de 2002. Seção 1, p. 31. Republicada por ter saído incorreção do original do D.O.U., de 4 de março de 2002b. Seção 1, p. 8

COBIANCHI, Antônio Sérgio. **Estudos de continuidade e números reais:** matemática, descobertas e justificativas de professores. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Departamento de Matemática, UNESP – Rio Claro, SP.

CUNHA, Cleber Luiz. **A construção lógica de conceitos matemáticos e os distúrbios no processo ensino/aprendizado de alunos ingressantes nos cursos de exatas:** o infinito. 2007. Monografia (Especialização em Instrumentação para o Ensino de Matemática) - UFF, Rio de Janeiro, RJ.

DIAS, Marisa da Silva. **Reta Real:** conceito imagem e conceito definição. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro das Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

DINIZ-PEREIRA, Júlio Emílio. **Formação de professores:** pesquisas, representações e poder. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

FIORENTINI, Dario; CASTRO, Franciana Carneiro de. Tornando-se professor de Matemática: o caso Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. In: FIORENTINI, D. (org.). **Formação de professores de matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras, 2003.

FONSECA, Dirce Mendes da. A pedagogia científica de Bachelard: uma reflexão a favor da qualidade da prática e da pesquisa docente. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 34, n. 2, p. 361-370, maio/ago., 2008.

GAMA, Renata Prenstteter. Professores iniciantes e o desenvolvimento profissional: um olhar sobre as pesquisas acadêmicas brasileiras. In: FIORENTINI, D. (org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam Matemática.** Campinas: Mercado da Letras, 2009.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface – Comunicação, Saúde, Educação**, v.1, n.1, 1997.

GOMES, Maristela Gonçalves. **Obstáculos na aprendizagem matemática:** identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais. 2006. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

GONSALVES, Elisa Pereira. **Conversas sobre iniciação à pesquisa científica**. 2. ed. Campinas: Alínea, 2001.

IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo; SILVA, Benedito Antônio. Conhecimento de concepções prévias dos estudantes sobre números reais: um suporte para a melhoria do ensino-aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 21., 1998, **Anais...** Caxambu, MG, 1999.

IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo; SILVA, Benedito Antônio. Concepções dos alunos sobre números reais. In: LAUDARES, João Bosco, LACHINI, Jonas. **Educação matemática:** a prática educativa sob o olhar de professores de cálculo. Belo Horizonte: FUMARC, 2001. p. 39-67.

LAKOFF, George; NÚÑES, Rafael. **Where mathematics comes from:** how the embodied mind brings mathematics into being. Basic Books, 2000.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A construção do saber:** manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas. São Paulo: Artes Médicas, 1999.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MELO, Ana Carolina Staub. **Contribuições da epistemologia histórica de Bachelard no estudo da evolução dos conceitos da Óptica**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti. **O conhecimento matemático do professor:** formação na licenciatura e prática docente na escola básica. 2004. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PENTEADO, Cristina Berndt. **Concepção de professor do Ensino Médio relativas à densidade do conjunto dos números reais e suas reações frente a procedimentos para a abordagem desta propriedade**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) - USP, São Paulo.

PIRES, Célia Maria Carolino; SILVA, Márcio Antônio; SANTOS, Roberto Cavalcante. Reflexões sobre a formação inicial de professores de Matemática, a partir de depoimentos de coordenadores de curso de licenciatura. In: NACARATO, A. M. (org.). **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ROCHA, Luciana Parente; FIORENTINI, Dario. Percepções e reflexões de professores de Matemática em inicio de carreira sobre seu desenvolvimento profissional. In: FIORENTINI, Dario (org.). **Formação de professores de matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras, 2009.

SANTOS, Roberto Cavalcante. **Conteúdos matemáticos da educação básica e sua abordagem em cursos de licenciatura em matemática**. 2005. Dissertação (Metrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANTOS, Joice Camargo. **Números reais:** um desafio na educação básica. 2007. Monografia (Curso de Especialização em Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Médio) - Universidade Federal Fluminense – UFF, Niterói, RJ.

SCHÖN, Donald Alan. **Formar professores como profissionais reflexivos**. In: NÓVOA, António (coord.). 2. ed. Os professores e a sua formação. Portugal, Lisboa: Nova Enciclopédia, 1995.

SIERPINSKA, A. Humanities students and epistemological obstacles related to limits. **Educational Studies in Mathematics**, n.18, p.371-397, 1987.

SILVA, Márcio Antônio da. **A atual legislação educacional brasileira para a formação de professores:** origens, influências e implicações nos cursos de Licenciatura em Matemática. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SOARES, Eliana Farias; FERREIRA, Maria Cristina Costa; MOREIRA, Plinio Cavalcanti. Algumas concepções de licenciandos em matemática sobre o sistema dos números reais. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 22., 1999 Caxambú. **Anais...** Caxambú: ANPED, 1999.

UNIVERSIDADE DO OESTE PAULISTA. Faculdade de Ciências, Letras e Educação de Presidente Prudente. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática**. Presidente Prudente – SP: UNOESTE, 2009.

UNIVERSIDADE DO OESTE PAULISTA. Faculdade de Ciências, Letras e Educação de Presidente Prudente. **Projeto do Estágio Curricular Supervisionado - Matemática**. Presidente Prudente – SP: UNOESTE, 2013.

APÊNDICE A – ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

Caracterização do entrevistado

<table>
<tr><td>Idade:</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Dados da graduação:</td><td>Curso:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Instituição:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Data da conclusão:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Titulação:</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Quanto tempo leciona?</td><td colspan="2">Ensino Fundamental e/ou Médio:</td><td>Séries:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Na Licenciatura em Matemática:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Outros:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Disciplinas que leciona na Licenciatura:</td></tr>
</table>

1. Qual a sua definição para o conjunto dos números reais? O que representam?
2. Qual a importância do conjunto dos números reais na formação do professor de matemática?
3. Que noções matemáticas relacionadas ao conceito de número real são exploradas em suas aulas? Como são exploradas? Em quais contextos são exploradas? É utilizada alguma abordagem histórica?
4. Que resultados matemáticos relacionados aos números reais são importantes de serem apresentados e discutidos na formação do professor de matemática?
5. Que atividade exploratória é feita com os alunos buscando reconhecer e compreender seus conhecimentos sobre o conjunto dos números reais em suas aulas?
6. Que assunto relacionado aos números reais é mais difícil de ser ensinado?
7. Você está satisfeito com os resultados que seus alunos apresentam em relação a aprendizagem dos números reais? Os conceitos adquiridos são suficientes para o ensino na Educação Básica?
8. Tem alguma sugestão para o ensino de algum assunto relacionado aos números reais?

APÊNDICE B – MATRIZ CURRICULAR 2009

1º Termo – Ano de Ingresso: 2009					
Disciplina	**CHT**	**CHP**	**CT**	**CP**	**CHTot.**
Fundamentos de Matemática I	76	0	4	0	76
Cálculo Diferencial e Integral I	76	0	4	0	76
Geometria Analítica Vetorial I	76	0	4	0	76
*Lógica Matemática	76	0	4	0	76
*Filosofia da Ciência	57	19	3	1	76
Língua Portuguesa/Leitura e Produção de Textos	57	19	3	1	76
Educação Física I	0	38	0	2	38
Carga Horária Total					**456**

2º Termo – Ano de Ingresso: 2009					
Disciplina	**CHT**	**CHP**	**CT**	**CP**	**CHTot.**
Fundamentos de Matemática II	*76*	*0*	*4*	*0*	*76*
Cálculo Diferencial e Integral II	76	0	4	0	76
Geometria Analítica Vetorial II	76	0	4	0	76
Álgebra	76	0	4	0	76
*Métodos e Técnicas de Pesquisa	19	57	1	3	76
*Psicologia da Aprendizagem e Adolescência	57	19	3	1	76
Educação Física II	0	38	0	2	38
Carga Horária Total					**456**

3º Termo – Ano de Ingresso: 2009					
Disciplina	**CHT**	**CHP**	**CT**	**CP**	**CHTot.**
Cálculo Diferencial e Integral III	76	0	4	0	76
Fundamentos de Matemática III	*76*	*0*	*4*	*0*	*76*
Física I	38	38	2	2	76
Estatística I	57	19	3	1	76
*Estrutura e Funcionamento do Ensino Fundamental e Médio	57	19	3	1	76
*História da Matemática	38	38	2	2	76
Carga Horária Total					**456**

4º Termo – Ano de Ingresso: 2009					
Disciplina	**CHT**	**CHP**	**CT**	**CP**	**CHTot.**
Equações Diferenciais	76	0	4	0	76
Estatística II	57	19	3	1	76
*Desenho Geométrico	76	0	4	0	76
*Matemática Financeira	57	19	3	1	76
Física II	38	38	2	2	76
Didática	38	38	2	2	76
Estágio Supervisionado I	0	150	0	0	150
Carga Horária Total					**456**

5º Termo – Ano de Ingresso: 2009					
Disciplina	**CHT**	**CHP**	**CT**	**CP**	**CHTot.**
Cálculo Numérico	76	0	4	0	76
Análise Matemática I	76	0	4	0	76
*Topologia	76	0	4	0	76
*Geometria Analítica	76	0	76	0	76
Álgebra Linear I	76	0	4	0	76
Metodologia de Ensino da Matemática	19	19	1	1	38
Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS	19	19	1	1	38
Estágio supervisionado II	0	150	0	0	150
Carga Horária Total					**456**

6º Termo – Ano de Ingresso: 2009					
Disciplina	**CHT**	**CHP**	**CT**	**CP**	**CHTot.**
Funções de Variáveis Complexas	76	0	4	0	76
Análise Matemática II	76	0	4	0	76
Álgebra Linear II	76	0	4	0	76
*Recursos Tecnológicos na Matemática	38	38	2	2	76
*Metodologia de Ensino da Matemática e da Física	0	76	0	4	76
Geometria Euclidiana	76	0	4	0	76
Estágio Supervisionado III	0	100	0	0	100
Carga Horária Total					**456**

***** Disciplinas com 50% da carga horária na modalidade semi-presencial

Conteúdos Curriculares de Natureza Científico-Cultural: 2242

Prática Curricular Vivenciada: 494

Estágio Supervisionado: 400

Carga Horária: 3136

Atividades Acadêmico – Científico – Culturais: 200

Total de Carga Horária: 3336

Educação Física: 76

Observação: No 1º semestre de 2009, apenas o 1º termo funcionando sob esta matriz e no 2º semestre de 2009, apenas o 2º termo. Esta grade apresenta uma reformulação geral, não somente na carga horária, mas principalmente nas disciplinas e ementas. A nova grade proposta para iniciar em 1/2009 foi discutida e formulada pelo corpo docente, colegiado, núcleo docente estruturante e coordenação do curso de Matemática.

Fonte: UNOESTE (2009, p. 37 a 39)

APÊNDICE C – ATIVIDADES DO ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO

ATIVIDADES DE ANÁLISE, OBSERVAÇÃO E LEVANTAMENTO DE DADOS

	4º termo	**5º termo**	**6º termo**
1ª – Análise do Projeto de Estágio	05	05	05
2ª – Diagnóstico da escola: organização e funcionamento	15	20	05
3ª – Análise do Projeto Político Pedagógico	20	20	10
4ª – Plano de ensino ou Plano de trabalho docente	20	20	05
5ª – Atividade de intervenção / aula prática	40	40	25
6ª – A relevância da avaliação diagnóstica	05	05	05
7ª – Estágio de Observação	20	20	20
Total	**125**	**130**	**75**

ATIVIDADES ESPEFÍCICAS DA MATEMÁTICA

Estágio Curricular Supervisionado I – 4º Termo	**Nº de horas**
1ª – Os problemas tradicionais sob outra ótica	05
2ª – A linguagem e a resolução de problemas	05
3ª – A ideia de número	05
4ª – Geometria	05
5ª – As caixas poliédricas	05
Total	**25**

Estágio Curricular Supervisionado II – 5º Termo	**Nº de horas**
1ª – A deficiência e suas influências no contexto educacional	05
2ª – A matemática e o ensino médio	05
3ª – Construindo o conceito de função	05
4ª – Como avaliar a aprendizagem em matemática?	05
Total	**20**

Estágio Curricular Supervisionado III – 6º Termo	**Nº de horas**
1ª – Avaliar para que?	10
2ª – O erro: como vê-lo sob nova ótica?	10
3ª – Pesquisa bibliográfica sobre indisciplina	05
Total	**25**

FONTE: UNOESTE (2013)
NOTA: Dados adaptados pelo autor