UNIVERSIDADE DO OESTE PAULISTA
UNOESTE
PRESIDENTE PRUDENTE - SP

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O SOFTWARE CABRI: UMA PESQUISA-AÇÃO COM ALUNOS DE 7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

PAULA CRISTIANE STUCHI DELATORRE

Presidente Prudente - SP
2007

UNIVERSIDADE DO OESTE PAULISTA
UNOESTE
PRESIDENTE PRUDENTE - SP

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O SOFTWARE CABRI: UMA PESQUISA-AÇÃO COM ALUNOS DE 7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

PAULA CRISTIANE STUCHI DELATORRE

Dissertação apresentada a Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade do Oeste Paulista, como parte dos requisitos obtenção do título de Mestre em Educação

Área de Concentração: Praxis Pedagógicas e Gestão de Ambientes Educacionais

Orientador: Prof. Dr. Adriano Rodrigues Ruiz

Presidente Prudente – SP
2007

372.35 D341e

Delatorre, Paula Cristiane Stuchi.
A educação matemática e o software Cabri: uma pesquisa-ação com alunos de 7ª série do ensino fundamental / Paula Cristiane Stuchi Delatorre. – Presidente Prudente: [s.n.], 2007.
92 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE: Presidente Prudente – SP, 2007.
Bibliografia

1. Matemática – Estudo e ensino (Primeiro grau). 2. Cabri-Géomètre (Programa de computador). 3. Tecnologia educacional. 4. Ensino auxiliado por computador. I. Título.

PAULA CRISTIANE STUCHI DELATORRE

A Educação Matemática e o software Cabri: uma pesquisa-ação com alunos de 7ª série do ensino fundamental

Dissertação apresentada a Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade do Oeste Paulista, como parte dos requisitos obtenção do título de Mestre em Educação.

Presidente Prudente, 26 de janeiro 2007.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Adriano Rodrigues Ruiz
Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE,
Presidente Prudente

____
Profª. Drª. Tereza de Jesus Ferreira Scheide
Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE,
Presidente Prudente

____
Prof. Dr. José Carlos Dalmas
Universidade Estadual de Londrina – UEL,
Londrina

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu esposo Fabiano que sempre me deu apoio, incentivo e força em todos os momentos desta pesquisa.

A minha filha Laura, minha melhor produção, que está constantemente abrindo meu coração, reacendendo meu espírito e sendo a expressão viva da bondade de Deus.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação levou quase três anos para ser concluída. Foi um trabalho que se valeu dos esforços de várias pessoas:

Aos meus queridos alunos que participaram com dedicação desse trabalho.

Ao meu orientador Professor Adriano, verdadeiro mestre, que está sempre revestido de uma verdadeira humildade e sabedoria.

Como em tudo o que faço em minha vida, a gratidão a Deus e a meus pais por me prepararem para a vida com amor.

A minha família, Fabiano e Laura, que o meu coração bate as palavras que os meus lábios não se cansam de dizer...

Amo vocês

Amo vocês

Amo vocês.

"A grande verdade é que você é a pessoa que escolhe ser.

Todos os dias você decide se continua do jeito que é ou muda.

A grande glória do ser humano é poder participar de sua autocriação"

Roberto Shinyashiki

RESUMO

A presente dissertação trata de uma pesquisa sobre a influência do software Cabri-Géomètre no ensino de Geometria. Teve como objetivo verificar se o Cabri-Géomètre favorece a aprendizagem de conceitos geométricos no Ensino Fundamental. A metodologia adotada foi de natureza qualitativa do tipo pesquisa-ação de abordagem Fenomenológica. A pesquisa foi realizada na Escola Estadual Coronel Francisco Whitacker, de Anhumas – SP, desenvolveu-se ao longo de 13 sessões de 50 minutos e teve como participantes 27 alunos de 7ª série, todos eles com idades entre 13 e 14 anos. Da fundamentação teórica pontuamos algumas idéias que foram tomadas como categorias de análise: a) explorar o que o aluno já sabe favorecendo a aprendizagem significativa; b) aspectos que dificultam ou impossibilitam a aprendizagem; c) a importância do contrato didático que estabelece as obrigações recíprocas do professor e do aluno; d) utilizar o computador como ferramenta para auxiliar na aprendizagem; e) permitir que o aluno descubra, pesquise e construa suas próprias idéias, dando ênfase ao conhecimento concreto segundo a abordagem construcionista; f) trabalhar a seqüência dos cinco níveis do modelo Van Hiele: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Como resultado, constatamos que o software traz contribuições para a aprendizagem, pois ele ajuda a estabelecer um contrato didático convidativo a boas relações em sala de aula, permite a exploração de conhecimentos prévios, é um ambiente que favorece que as hipóteses sejam formuladas e testadas e também pode ser usado em um ambiente construcionista.

Palavras-Chave: Formação de Conceitos. Contrato Didático. Cabri-Géomètre.

ABSTRACT

The present work is a research about the influence of the software Cabri-Géomètre in Geometry teaching. It has as goal to verify if Cabri-Géomètre collaborates with the learning of geometric concepts in Ensino Fundamental. The adopted methodology was of qualitative nature of the kind research-action of Phenomenologic approach. The research was accomplished in the State School Colonel Francisco Whitacker, in Anhumas – SP, it was developed in 13 sessions of 50 minutes and it had as participants 27 students from 7^{th} grade, all them with ages among 13 and 14 years. About the theoretical foundation we punctuated some ideas that were taken as categories of analysis: a) explore what the student have already known collaborating the significative learning; b) aspects that difficults or makes impossible the learning; c) the importance of the didactic contract which establishes teacher and student's reciprocal obligations; d) use the computer as tool to help on the learning; e) allow the student to discover and construct his own ideas, giving emphasis to the concrete knowledge according to the construcionist approach; f) work the sequence of five levels of the model Van Hiele: visualization, analysis, informal deduction, formal deduction and inflexibility. As result, we verify that the software brings contributions to the learning because it helps to establish na inviting didactic contract for good terms in classroom, allows the exploration of previous knowledge, it is na environment that helps the hypothesis be formulated and testified and it also can be used in a construcionist environment.

Key-Words: Concepts Formation. Didactic Contract. Cabri-Géomètre.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Na prática das salas de aulas se confirma a idéia de que a Matemática oferece mais obstáculos à aprendizagem do que as demais disciplinas e, com isso, tem merecido especial atenção por parte dos educadores matemáticos. Apesar desta atenção, o ensino de Matemática muitas vezes é proposto de maneira pouco reflexiva em relação aos conteúdos, aos métodos de ensino e à avaliação.

Contudo, vemos que os objetivos da educação mudaram. Na sociedade atual, a pessoa tem de ser capaz de aprender ao longo da vida, ter autonomia, influência em decisões tomadas, desenvolver o senso crítico e reflexivo etc. Mas, o ensino da Matemática permaneceu basicamente o mesmo, os processos metodológicos pouco mudaram e não houve alteração na prática escolar, logo fica difícil pensar como esses objetivos poderiam ser alcançados.

Mas de outro lado, a sociedade muda muito em um mesmo período no âmbito do desenvolvimento tecnológico, em relação à comunicação e à informática. Mudam os transportes, a telefonia; a vida diária é permeada pela presença da informática e da tecnologia em geral, os adultos tentam adaptar-se a esse impacto, as crianças e os jovens crescem sob a influência dessa nova realidade, ou seja, para eles, a tecnologia faz parte do mundo cotidiano.

A escola, sendo uma unidade social, também tem seu ritmo, é claro, de uma forma mais lenta que a sociedade em geral. O seu modo de ensino, a tradicional missão de transmitir, já não está funcionando tão bem, não se adequa à nova realidade e mentalidade dos alunos, mas a escola persiste em fazer funcionar o modelo antigo, em que o conteúdo é apresentado de forma única: definições, exemplos e exercícios. O professor repassa e expõe as informações e os alunos são meros receptores, ocorrendo cada vez mais desgaste e menos resultados.

Diante da sociedade da informação, torna-se necessário tomar consciência de que precisamos de um novo ensino, é claro que o conhecimento continua sendo importante, mas de uma forma ágil e funcional, sendo adquirido por meio de uma aprendizagem participativa no sentido de “tirar” barreiras que impeçam a criatividade de uma pessoa, sua compreensão dos processos e autonomia de pensamento para resolver situações-problemas, é esse o conhecimento que se exige das pessoas na sociedade atual.

Com isso, a presente pesquisa tem como objetivo investigar algumas questões referentes ao ensino de Geometria, utilizando o software Cabri-Géomètre.

Nosso interesse em trabalhar com o recurso da Informática no ensino de Matemática, na área de Geometria, vem da nossa prática como professora dessa disciplina.

Em 1982, cursei a primeira série do ensino fundamental na Escola Estadual Professora Maria José, de Pirapozinho, de 1983 a 1992, cursei o restante do ensino fundamental e o ensino médio na Escola Estadual Coronel Francisco Whitacker, de Anhumas. A seguir, de 1993 a 1996, cursei Licenciatura em Matemática, na Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT/ UNESP câmpus de Presidente Prudente, e nos anos de 1997 e 1998 fiz curso de Especialização em Matemática, também na FCT/UNESP câmpus de Presidente Prudente.

Comecei a lecionar em1996 na E. E. Coronel Francisco Whitacker, em Anhumas e em 2000 como professora titular do cargo de Matemática. A partir daí, comecei a participar de cursos sobre a aprendizagem de Matemática: "Extensão Cultural sobre o uso dos softwares educacionais no ensino de matemática", realizada pela Diretoria de Ensino de Presidente Prudente e em 2001 curso de "Melhoria do Ensino de Matemática na escola Pública do Ensino Médio a partir da proposta curricular com resoluções de problemas e auxílio do Computador", promovido pelo departamento de Matemática da UNESP – câmpus de Ilha Solteira. Essas experiências, vivenciadas nos cursos, mostraram-me que é possível modificar a metodologia enfocando a participação do aluno.

Em 2004, resolvi pesquisar o ensino de Geometria com o software Cabri-Géomètre II. Esse trabalho foi realizado com a 7ª série do Ensino Fundamental, sobre triângulos, e teve como objetivo geral investigar contribuições que o software Cabri-Géomètre II pode fornecer para a aprendizagem de Geometria.

Para melhor compreensão da problemática estudada, dividimos o texto em cinco capítulos interligados, sendo o primeiro a introdução.

O *segundo título* define o quadro teórico utilizado na pesquisa, focaliza aspectos relevantes como o contrato didático, a formação de conceitos, a aprendizagem significativa, as idéias construcionistas de Papert, os níveis de Van Hiele e também apresenta o software Cabri-Géomètre II, suas características e algumas de suas funções.

O *terceiro título* relata a origem da pesquisa, a metodologia, os objetivos e os participantes. Além disso, comentamos sobre os alunos escolhidos e a escola.

O *quarto título* detalha as atividades desenvolvidas na pesquisa seguindo a seqüência: objetivos, ações propostas, comentários de alguns alunos, análise de cada atividade e as categorias de análise das atividades.

O *quinto título* apresenta uma análise geral e aponta contribuições identificadas, o significado dessa pesquisa e os próximos passos no ambiente do software Cabri-Géomètre.

2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

> Seria impossível dizer o que é Matemática se esta fosse uma ciência morta. Mas a Matemática é, pelo contrário, uma ciência viva, que se encontra hoje, mais do que nunca, em rápido desenvolvimento, proliferando cada vez mais em novos ramos, que mudam não só a sua fisionomia, como até a sua essência.
>
> José Sebastião e Silva

Não podemos tratar o *ensino e a aprendizagem de Matemática* sem fazer as perguntas, o quê é e para quê serve. Essas duas perguntas não se referem apenas à vida escolar, mas também à matemática praticada na nossa sociedade.

Muitos podem pensar que não necessitam de conhecimentos matemáticos, ou pelo menos de muitos dos conteúdos ensinados na escola. Mas vale ressaltar que vivemos em uma sociedade que funciona com base nesses conhecimentos e na qual existem pessoas - os matemáticos - que fazem matemática para atender necessidades que se manifestam.

O porquê de ensiná-la na escola está relacionado a necessidades pessoais e da sociedade, cada um de nós tem que saber um pouco de matemática para resolver problemas com os quais nos deparamos. Chevallard, Bosch e Gáscon (2001, p. 45) argumentam que:

> A presença da matemática na escola é uma conseqüência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade.

Não podemos reduzir o valor social da matemática entendendo-a como mero componente curricular, em que os alunos não se coloquem como matemáticos e não tenham responsabilidades por suas respostas.

Devemos, também, considerar que os processos de ensino e aprendizagem da Matemática englobam tanto o trabalho matemático do aluno quanto o do matemático profissional, isto é, todos que estejam voltados para a sua utilização, para aprendê-la ou para novas criações.

Então, por que a Matemática é tida como a disciplina de maior dificuldade para os alunos? O que pretendem os professores, livros didáticos e especialistas com a forma em que a Matemática é apresentada? Que transformações esses conhecimentos sofrem até chegar aos alunos?

Para Pais (2002, p. 12) a transformação que os conteúdos atravessam desde os matemáticos, passando pelos professores de Matemática, até chegar aos alunos é denominada de transposição didática.

> [...] a transposição didática permite interpretar as dimensões que ocorrem entre a origem de um conceito da matemática, como ele encontra-se proposto nos livros didáticos, a intenção de ensino do professor e, finalmente, os resultados obtidos em sala de aula.

Percebemos que a Educação Matemática se manifesta em muitas dimensões, entre elas a prática pedagógica que pode destacar os materiais didáticos, os conteúdos, a associação necessária de conhecimentos anteriores, a seleção de conteúdos, o saber escolar, a questão do tempo e a contextualização do saber.

Para David Ausubel (apud MOREIRA; MASINI, 1982, p. 7), na associação necessária de conhecimentos anteriores para a aprendizagem de um novo conceito, os conhecimentos anteriores são chamados de subsunçores, somente haverá uma aprendizagem se:

> [...] uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceitos subsunçores ou, simplesmente, subsunçores, existentes na estrutura cognitiva do indivíduo.

A ordem de prioridade que ocupam os conteúdos é uma dessas dimensões. Para Pais (2002, p. 19), a sua escolha sofre influência dos parâmetros curriculares, programas, livros didáticos, softwares educacionais etc., e “alguns conteúdos são verdadeiras criações didáticas incorporadas aos programas, motivadas por supostas necessidades de ensino, servindo como recurso para facilitar a aprendizagem”.

Outra dimensão é o saber escolar que sofre forte influência da linguagem e por estar repleta de símbolos e códigos é uma possível fonte de dificuldades. Essa linguagem está mais relacionada ao saber científico, isto é, "está associada à vida acadêmica [...]. Trata-se de um saber criado nas universidades e nos institutos de pesquisa, mas que não está necessariamente vinculado ao ensino básico." (PAIS, 2002, p. 21)

Na passagem do saber científico para o saber escolar ocorre o que é mencionado por Pais (2002): as "criações didáticas". Elas relacionam-se com o trabalho do professor, como irá conduzir o educando para uma aprendizagem significativa, no qual a metodologia usada pelo professor é de grande importância.

A trajetória do saber passa pela questão do tempo, estabelecido pelos livros didáticos e programas escolares, isto implica que a aprendizagem deve ocorrer em um momento certo, que para os programas escolares e livros didáticos é sempre seqüencial e lógica. Pais (2002) argumenta que esse tempo é o "tempo didático" e para o autor existe, também, o "tempo de aprendizagem" quando o aluno consegue organizar e reorganizar as informações, isto é, o tempo necessário para superar os bloqueios e atingir uma nova posição de equilíbrio. Sob esse olhar, a aprendizagem não é seqüencial e nem linear, pois sempre que necessário retomam-se conteúdos e leva-se em conta que cada educando tem seu próprio ritmo, que deve ser respeitado.

Há, também, a "contextualização do saber" para uma educação matemática significativa, pois é desejável que o aluno saiba o contexto de sua origem e por que tal conteúdo está presente no currículo escolar, para alimentar a reflexão que contribui para uma postura crítica na análise da evolução dos saberes. É importante, também, o estudo das relações estabelecidas entre as práticas pedagógicas e as fontes de referências do saber. O uso de apenas uma fonte de referência não garante uma educação matemática significativa, o professor deve usar várias fontes de referência para com isso enriquecer e contextualizar a educação matemática.

> A contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise da didática contemporânea. Trata-se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na medida em que o aluno compreende os vínculos

> do conteúdo estudado com um contexto compreensível por ele. (PAIS, 2002, p. 27)

Além das manifestações citadas sobre as dimensões da educação matemática, há também os caminhos percorridos pelos trabalhos do matemático, do professor de Matemática e do aluno.

Na realidade, o saber matemático transita por caminhos diferentes, caracteriza traços, abordagens pedagógicas distintas em relação ao trabalho do matemático, do professor de matemática e do aluno.

O matemático, autor de criações de conceitos, descobertas de teoremas, demonstrações, axiomas, orienta-se por idéias distantes da realidade do não-matemático, repletas de símbolos, definições e generalidade. Ele trata os níveis mais gerais, enquanto isso o professor de matemática, segundo Pais (2002), busca “recontextualizar o conteúdo”, e relacionar o conteúdo com a realidade do aluno.

Há também que se destacar que a prática do professor é de natureza empírica (experiência), uma prática muitas vezes baseada na repetição e na reprodução, além de ser pouco reflexiva, em que os alunos não pesquisam e não testam hipóteses. Esse procedimento favorece concepções mais diretivas.

E o aluno em relação ao matemático e ao professor de matemática? Para Pais (2002), o trabalho do aluno não se compara diretamente com o do professor e do matemático, mas precisa haver conexão. Pois, o aluno precisa de oportunidades para se dedicar à investigação, semelhante a do matemático. A motivação tem que ser despertada e valorizada pelo professor.

> [...] aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. Não se trata de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo. É preciso buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais de pesquisa. (2002, p. 35)

Diante das características do trabalho do matemático, do professor e do aluno, temos que diferenciar o conhecimento do saber. O aluno tem um conhecimento cognitivo que traz da sua dimensão pessoal, do local onde vive e com quem convive, da sua visão pessoal e subjetiva. O saber científico não se preocupa com o contexto histórico e cultural do aluno, organiza-se e dialoga no contexto acadêmico.

No que diz respeito à relação que envolve o professor, o aluno e o saber, trata-se da transformação do conhecimento em saber, cabe ao professor conduzir esse processo. A prática pedagógica apoiada na generalidade, abstração, objetividade e formalidade não favorece a transformação do conhecimento em saber, pois o aluno não consegue aproximar o seu conhecimento ao nível do saber, por isso, “o desafio didático consiste em partir do conteúdo estabilizado no plano intelectual do sujeito e trabalhar para que essa dimensão particular alcance a generalidade prevista pelos paradigmas da área” (PAIS, 2002, p. 37). Mas, por outro lado, os procedimentos práticos envolvidos nas situações didáticas estão cada vez mais próximos do conhecimento do que do saber.

2.1 Quando Há Formação de Conceitos

Diante de todas as dificuldades, e pela própria forma como a Matemática é apresentada aos alunos, quando o aluno adquire conceitos matemáticos?

Para Vergnaud (apud PAIS, 2002, p. 51), a formação de conceitos acontece quando se estuda “a questão do significado dos conceitos no contexto escolar, sem perder de vista suas raízes epistemológicas”. Essa teoria foi desenvolvida para explicar a maneira como o aluno compreende o saber escolar.

Do ponto de vista pedagógico, em uma perspectiva construtivista, explorar o que o aluno já sabe é o mais importante, pois facilita o processo de aprendizagem. Logo, para se aprender o novo é preciso que haja integração na estrutura cognitiva do aluno, “ancoragem” com o que se conhece. Para Ausubel (apud MOREIRA; MASINI, 1982), aprendizagem implica modificações na estrutura cognitiva do aluno e não apenas acréscimos, isto quando se trata da aprendizagem significativa.

A idéia central da teoria de Ausubel (apud MOREIRA; MASINI, 1982), é que o fator mais importante influenciando a aprendizagem, é aquilo que o aluno já sabe. A aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com a estrutura de conhecimento do aluno, a qual Ausubel define como *conceitos subsunçores*, conceitos estes que já existem na estrutura cognitiva do aluno.

> A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo altamente organizado, formando uma hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos. (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 7)

Essa hierarquia de conceitos constitui a estrutura cognitiva do sujeito. O processo de ancoragem da nova informação nas estruturas de conhecimento do aluno resulta em crescimento e modificação dos conceitos subsunçores. Logo, uma vez que esses novos conceitos são aprendidos de forma significativa, em associação com os conceitos gerais, eles serão mais elaborados, gerais e subsunçores.

Em contraste com a aprendizagem significativa, há a aprendizagem mecânica, sendo relativa à “aprendizagem de novas informações com pouco ou nenhuma associação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva” (MOREIRA; MASINI, 1982, p.9). Nesse caso, não há interação entre a nova informação e a estrutura cognitiva do aluno, isto é, não tem ligação com conceitos subsunçores específicos.

Mas, como esses conceitos se formam? Segundo Moreira e Masini, a formação de conceitos acontece na infância, por descoberta, antes da idade escolar e por assimilação no ambiente escolar.

A formação de conceitos, um tipo de aprendizagem por descoberta envolve alguns processos:

> a) análise discriminativa de diferentes padrões de estímulo; b) formulação de hipóteses em relação a elementos abstraídos comuns; c) testagem subsequente dessas hipóteses em situações específicas; d) seleção dentre elas de uma categoria ou conjunto de atributos comuns sob os quais todas as variações possam ser assimiladas; e) relacionamento desse conjunto de atributos a elementos relevantes que sirvam de ancoradouro na estrutura cognitiva; f) diferenciação do novo conceito em relação a outros conceitos previamente aprendidos; g) generalização dos atributos criteriais do novo conceito a todos os membros da classe; h) representação do novo conteúdo

> categórico por um símbolo de linguagem congruente com o uso convencional. (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 30)

Após o início da infância, no ambiente escolar, os conceitos não são descobertos, mas são apresentados ao aluno como definição ou implícitos no contexto em que são usados. A aquisição de conceitos torna-se uma questão de assimilação, em que adquirem novos conceitos pela recepção de seus atributos criteriais e pelo relacionamento deles com idéias relevantes já estabelecidas em sua estrutura cognitiva. Quando o aluno aprende o significado de um novo conceito a partir dos que já possui, a elaboração do conteúdo cognitivo se dá pelos mesmos processos da formação.

Ausubel (apud MOREIRA; MASINI, 1982) descreve o processo de "subsunção" (ancoragem) por meio do que ele chama de "princípio de assimilação", que é representado simbolicamente da seguinte maneira:

a	**+**	***A***	***A' a"***
	relaciona-se		
Nova informação		conceito subsunçor	subsunçor modificado
Potencialmente		existente na estrutura	(produto interacional)
Significativa		cognitiva	

Isto é, a nova informação somente se tornará significativa ao interagir com conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aluno e após essa interação ambos os conceitos, a nova informação e o já existente, serão modificados.

Quando o aluno consegue ancorar o que há na sua estrutura cognitiva, suas experiências, com a nova informação, esse armazenamento de informações é organizado formando uma hierarquia, na qual os elementos mais específicos do conhecimento são ligados a conceitos mais gerais, isto é, essa ancoragem modifica sua estrutura cognitiva e a nova informação. Podemos afirmar que, a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (apud PAIS, 2002) e a aprendizagem significativa de Ausubel (apud MOREIRA; MASINI, 1982), são propostas pontuadas em situações próximas da vivência do aluno.

Como o saber escolar está entre o saber cotidiano do aluno e o saber científico, essas teorias permitem atribuir aos conceitos um significado educacional, para que a educação escolar não esteja na dimensão empírica do aluno e também não esteja no saber acadêmico.

Mas, não são somente esses fatores que contribuem para uma aprendizagem escolar satisfatória, o cotidiano escolar também apresenta algumas situações que vamos ver agora.

2.2 Aspectos que Dificultam a Aprendizagem

Esses aspectos se referem a momentos, ou tipos de situações didáticas que podem dificultar ou impossibilitar a aprendizagem do aluno, Brousseau (apud PAIS, 2002, p. 89) os apresenta como efeitos didáticos. São ocasiões em que os alunos podem estar não disponíveis para a aprendizagem, e a aprendizagem depende da metodologia usada, do nível em que os alunos se encontram, da formação dos professores e de outros “efeitos didáticos” que podem impossibilitar a aprendizagem.

Esses efeitos se referem não somente à dificuldade do aluno em compreender um certo tipo de problema, mas ao professor que não consegue dar continuidade satisfatória ao processo de ensino. Consequentemente, quando o professor percebe que seus argumentos didáticos encontram-se esgotados, retoma suas explicações baseadas em suas próprias opiniões, concepções, ou seja, o discurso científico se afasta do saber escolar e a epistemologia do professor, muitas vezes de senso comum, passa a dominar a ação docente.

Vejamos alguns aspectos que podem dificultar a aprendizagem dos alunos, segundo Brousseau (apud PAIS, 2002, p. 89):

- Efeito Topázio: ocorre nos momentos em que o aluno sente-se bloqueado com dificuldade em algumas fases da aprendizagem e o professor na tentativa de ajudar acelera a resposta, não deixando que o estudante a encontre com seu esforço. Diante dessa situação, chega à resposta, mas não com compreensão, e aprendizagem significativa.

Esse efeito é inadequado, negativo quando se trata de uma metodologia em que o aluno tem uma participação ativa. O efeito topázio está baseado na idéia de que o conhecimento pode ser transmitido. O problema dessa concepção é que ela vai contra também as novas habilidades e competências designadas aos alunos que, segundo Delors (2001), são pilares básicos para uma verdadeira aprendizagem: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver juntos e aprender a ser. Essas competências ajudarão os alunos a serem mais criativos, autônomos, participativos e reflexivos, não meros repetidores de fórmulas e exemplos.

- Efeito Jourdain: é resultado da modificação, transformação, perda de qualidade do efeito topázio, pois o professor não somente antecipa a resposta ao aluno, como também diante de uma dificuldade, de uma falta de controle pedagógico da situação, aceita qualquer resposta como certa, satisfatória. Tenta relacionar o conteúdo estudado no momento, com outros já estudados em que poderia ter uma aprendizagem significativa, mas fracassa pois o aluno não consegue compreender, fazer a correlação entre os conteúdos. Logo, o professor desiste de aprofundar um possível diálogo entre ambos, por falta de uma estratégia didática satisfatória e então aceita alguma resposta como verdadeiro conhecimento.
- Efeito Analogia: o uso de analogia é um recurso utilizado para facilitar a aprendizagem, relacionar um conteúdo conhecido pelo aluno com um estudado no momento. Este recurso pode ser eficiente, desde que não haja redução de significados do conteúdo estudado, e que não se use a analogia inadequadamente.

> Se por um lado, o uso de uma analogia é um recurso utilizado para facilitar a aprendizagem, por outro, há o risco que ela seja uma porta de entrada para outros efeitos didáticos negativos. O aluno chega a uma solução não porque ele aprendeu realmente, mas porque ele reconhece indícios com situações análogas que o professor propôs para que ele repetisse e, após algumas tentativas, compreende que a melhor alternativa é buscar semelhanças com a analogia utilizada pelo professor. (PAIS, 2002, p. 95)

- Efeito Dienes: ocorre quando os valores objetivos das práticas educativas e do currículo estão mais próximos do senso comum do professor do que do conhecimento matemático, quando suas crenças levam a uma visão subjetiva do conhecimento ensinado.

Como vimos, todos esses efeitos didáticos, são quase sempre conseqüência direta da competência do professor, caracterizados em momentos decisivos para o sucesso ou continuidade da aprendizagem, em que o professor é desafiado a tomar decisões para tentar superar dificuldades, pois ao contrário pode indicar o fracasso do ensino.

Mas há também no âmbito escolar, a importância de normas, acordos, que regem em cada momento obrigações recíprocas dos alunos e professores, em relação ao projeto de estudo que têm em comum. Trata-se de um conjunto de normas, que fazem parte de uma espécie de “contrato” que Brousseau (apud PAIS 2002, p. 77) denomina de contrato didático. “... o contrato didático diz respeito às obrigações mais imediatas e recíprocas que se estabelecem entre o professor e alunos”.

O contrato didático refere-se a regras e condições do funcionamento da educação escolar. No contexto da sala de aula e nos demais espaços da instituição escolar, segundo Brousseau (apud PAIS, 2002), o contrato didático está em função do professor, do aluno e do conhecimento, para prevalecer o domínio do processo de ensino e aprendizagem.

As regras do contrato didático não são totalmente explícitas, algumas estão implícitas e para Brousseau (apud PAIS, 2002) o mais importante não é elencar todas as regras e sim delinear alguns possíveis pontos de ruptura, que não podem ser obstruídos.

Um primeiro exemplo dessa ruptura, de acordo com Brousseau (apud PAIS, 2002), pode ser dado quando o aluno não se envolve necessariamente nas atividades propostas, pois mesmo que não haja uma regra explícita sobre essa situação, o mínimo que se espera é o envolvimento nas atividades didáticas.

Um segundo exemplo em que ocorre a ruptura do contrato didático, é o caso do professor que propõe ao aluno resoluções de problemas que não estão no mesmo nível intelectual e cognitivo do aluno ou que não apresentam dados do enunciados lógicos.

Um terceiro exemplo acontece quando o professor não apresenta uma postura pedagógica de orientador das situações de aprendizagem, quando não planeja as atividades centradas no objetivo de facilitar a aquisição do conhecimento. Além disso, compete ao professor verificar se a aprendizagem ocorreu de forma satisfatória, caso não tenha ocorrido, o trabalho deve ser redirecionado para promover a aprendizagem. Se isso não ocorrer, o contrato didático é rompido.

Os exemplos acima apontam alguns pontos em que o contrato didático é rompido de forma implícita. Brosseau (apud PAIS, 2002) também apresenta exemplos de contratos didáticos enfatizando a postura do professor perante o aluno.

A ênfase colocada sobre os conteúdos, é um exemplo. O professor se considera detentor do conhecimento e o único meio de chegar a ele, com isso a relação professor – aluno pode entrar em conflito. O conteúdo é apresentado e organizado de maneira única, através de uma seqüência linear de definições, exemplos e exercícios. O professor mostra-se convicto de que quanto mais claro for na sua exposição, melhor será a aprendizagem do aluno e que este deve prestar muita atenção na explicação para resolver exercícios, estudar e fazer provas.

Outro exemplo de contrato didático é aquele em que a ênfase é atribuída mais ao relacionamento entre o aluno e o conhecimento, com a intervenção do professor. Este não é mais o detentor, a fonte do conhecimento, mas não abre mão de sua função de acompanhar e orientar no processo de aprendizagem. O professor planeja as atividades, mas está sempre atento e aberto às reflexões. Esse modelo de contrato valoriza a resolução de problemas, levando o aluno a testar hipóteses e atuar na elaboração de conceitos matemáticos.

No contrato didático, cada parte contratante, professor e aluno, deve ter consciência de suas obrigações, pois “apenas uma parte das regras do contrato didático está registrada. Muitas delas são mantidas apenas pela cultura oral e o seu sentido recebe diversas interpretações por parte dos envolvidos” (PAIS, 2002, p. 86). Além disso, as regras relacionadas a comportamentos não são totalmente mensuráveis por não serem previsíveis. Como nem todos os acontecimentos de uma aula podem ser previstos é preciso refletir até que ponto os sujeitos envolvidos podem contribuir para aprimorar as regras, sendo este um instrumento flexível.

Quanto aos tipos de situações didáticas, somos levados a refletir sobre as possíveis transformações decorrentes da inserção das tecnologias de informação na educação escolar.

2.3 Informática e Educação

A utilização do computador na Educação traz vários discursos, sendo alguns negativos, nos quais os alunos seriam meros repetidores de tarefas, pois só iriam apertar teclas e obedecer a orientação apresentada pela máquina, não raciocinariam e deixariam de desenvolver sua inteligência. Há também os argumentos em que o computador é a solução para os problemas da Educação, mas não apontam para qual problema ele é a solução.

Se pensarmos na relação entre a informática e a educação matemática, temos que nos interessar nas possibilidades, dificuldades e transformações na prática educativa, como enfatizam Borba e Penteado (2003, p. 17), há "duas formas que a informática na educação deve ser justificada: alfabetização tecnológica e direito ao acesso."

O acesso à informática deve enfatizar e contribuir para que se promova a cidadania, pois ela está inserida na sociedade e o aluno tem o direito de usufruir da educação tecnológica, de aprender a ler essa mídia, a compreendê-la.

Outro ponto, segundo Borba e Penteado (2003), são os argumentos que sempre fizeram parte dos discursos dos educadores: a dependência que os estudantes possam ter com o computador, por exemplo, como meu aluno irá aprender se ele apenas aperta uma tecla e o gráfico já está pronto? Sempre há uma mídia envolvida na construção do conhecimento, destacam Borba e Penteado:

> Uma forma de refletirmos sobre essas perguntas seria reformulá-las dentro do contexto do uso de lápis e papel. Perguntamos: será que o aluno deveria evitar o uso intensivo de lápis e papel para que não fique dependente dessas mídias? Em geral, as pessoas ficam perplexas diante de tal questão. "Como assim?" Parece que não consideram o lápis e o papel como tecnologias, da mesma forma que o fazem com o computador. Para elas, o conhecimento produzido quando o lápis e papel estão disponíveis não

> causa dependência.[...] Para nós, entretanto, sempre há uma dada mídia envolvida na produção de conhecimento. (2003, p. 12)

Para explicar as diferentes formas do uso do computador nas escolas, Almeida (2000) faz uma classificação sobre a aplicação dessa tecnologia em duas linhas.

A primeira se refere ao seu uso na Educação tendo como objetivo o ensino de informática e de computação. Depois, surgiu a segunda linha, com o propósito de ensinar por meio dos computadores, que foram empregados em diferentes níveis e modalidades, de acordo com os objetivos desejados.

Vamos apenas focalizar a segunda, que se apresenta sob diferentes abordagens e pode ser analisada tanto no que se refere ao desenvolvimento do programa computacional, quanto à sua utilização: instrucionista e construcionista.

2.3.1 O uso do computador segundo a abordagem instrucionista

Nesta abordagem, o computador é visto como uma "máquina de ensinar" (VALENTE, 1993), que oferece uma instrução programada ao aluno. Para Valente (1993), essa abordagem está apoiada nos métodos tradicionais, distingüindo-se apenas no uso do computador ao invés do papel e do livro, esta modalidade permite uma versão segundo as categorias tutoriais, exercício-e-prática, jogos e simulação.

Valente (1993) argumenta que nos programas tutoriais acontece uma instrução programada na versão computacional, em que o professor trabalha da mesma maneira que trabalharia com o lápis e o papel, com a única vantagem da animação e do som. Com isso, o professor não necessita de muito treino, pois o aluno já conhece o seu papel.

Os programas de exercício-e-prática são materiais que envolvem a memorização e repetição e, geralmente, são utilizados no final de um conteúdo, trabalhado em sala de aula para revisão. A vantagem desses programas é a infinidade de exercícios que podem ser resolvidos de acordo com o grau de conhecimento ou interesse.

Os jogos educacionais, segundo Valente (1993), não recebem instrução explícita e direta, essa abordagem é feita por meio da pedagogia da exploração, em que o aluno é livre para descobrir relações e não é ensinado. O grande problema é a competição, o objetivo pode se tornar simplesmente em vencer o jogo e a parte pedagógica fica em segundo plano.

Há também as simulações por meio de modelos simplificados do mundo real, tais como, crescimento de plantas, manipulação de substâncias químicas perigosas. Esta modalidade do uso do computador na educação favorece o desenvolvimento de hipóteses, testes e análise de resultados, mas deve ser um complemento de situações apresentadas em sala de aula para garantir que o conhecimento possa ser aplicado na vida real. As simulações são mais vantajosas que os programas tutoriais, mas, por outro lado, as boas simulações requerem um grande poder computacional para tornar a situação o mais real possível e na maioria das vezes essas características não são exploradas.

A descrição desses programas geralmente é agradável, bonita e até criativa, contudo nessa abordagem pedagógica é o computador que ensina, e tem o controle do processo. E o aluno assume o papel de receptor de informações e as memoriza.

E o papel do professor, se ele tem a função de ensinar, de favorecer o acesso ao conhecimento, isso não pode ser assumido pelo computador?

Segundo Valente (2006), o computador tem inúmeras vantagens, facilidade em reter informações, não se esquece de detalhes, não tem problemas familiares que possam influenciar no seu trabalho, tem a capacidade de acompanhar os erros mais freqüentes e uma maneira mais agradável de apresentar as informações, com cores, som e animações que o quadro negro e o giz não conseguem fazer. Diante desse quadro de vantagens por que não utilizar os softwares que promovem o ensino?

O ponto central é que a educação instrucionista se tornou insuficiente, necessitamos de outras soluções.

Atualmente, o mundo requer pessoas que tenham capacidades de pensar, aprimorar, depurar idéias e ações, profissionais capazes de aprender a aprender, criativos, críticos e capazes de trabalhar em grupo. Certamente, essas exigências contemporâneas não podem ser transmitidas, mas construídas e Valente (1993, p. 21) assegura que o professor pode se tornar insubstituível.

> Primeiro, por que o questionamento do papel do professor possibilitou entender que ele pode exercer outras funções além de repassador do conhecimento, como facilitador do aprendizado, algo que os computadores ainda não podem fazer. Segundo, o repasse do conhecimento, como acontece hoje na sala de aula, não acontece de maneira semelhante e constante para todos os alunos. Esta flexibilidade ainda não é norma dos sistemas de ensino baseados no computador. Por mais sofisticado que ele seja, - por mais conhecimento sobre um determinado domínio que ele possua, por melhor que ele seja capaz de modelar a capacidade do aprendiz – o computador ainda não é capaz de adequar a sua atuação de maneira que a intervenção no processo de ensino-aprendizagem seja totalmente individualizada.

Diante desses argumentos, o computador pode ser um aliado, uma ferramenta para a criação ao invés de “máquina de ensinar”.

2.3.2 O uso do computador na abordagem construcionista

Papert (1994) chamou de construcionista sua proposta de utilizar o computador como uma ferramenta pedagógica com o objetivo de construção do conhecimento e desenvolvimento do aluno. Com esse objetivo, ele criou a linguagem de programação Logo, que permite criar novas situações de aprendizagem. Para utilizar essa linguagem de programação, o aluno precisa descrever todos os passos em uma seqüência lógica de ações, ou seja, ensinar o computador a resolver um problema através de um programa.

O computador não é visto como uma máquina de ensinar, mas como uma ferramenta tutorada pelo aluno. Segundo Valente (2006), ”um auxiliar do processo de construção do conhecimento” com o qual resolve problemas significativos a partir de suas próprias ações. “O conhecimento não é fornecido ao aluno para que ele dê as respostas. É o aluno que coloca o conhecimento no computador e indica as operações que devem ser executadas para produzir as respostas desejadas” (ALMEIDA, 2000, p. 33)

Valente (2006) afirma que esses softwares que permitem ao aluno resolver problemas ou realizar tarefas “são as linguagens de programação, como BASIC, Pascal, Logo; os softwares denominados de aplicativos, como uma linguagem para criação de banco de dados, como DBase ou um processador de texto; ou os softwares para construção de multimídia”.

Essa modalidade de uso do computador na educação aponta para uma nova mídia educacional, uma ferramenta de complementação e de possível mudança na qualidade do ensino, em que os alunos não têm que memorizar informações, mas serem preparados para buscá-las e trabalhá-las.

Com a mudança do uso do computador como meio educacional, surge a pergunta acerca do papel do professor, da sua função.

> A verdadeira função do aparato educacional não deve ser a de ensinar mas sim a de criar condições de aprendizagem. Isto significa que o professor deve deixar de ser repassador do conhecimento – o computador pode fazer isto e o faz muito mais eficientemente do que o professor – e passar a ser o criador de ambientes de aprendizagem e o facilitador do processo de desenvolvimento intelectual do aluno. (VALENTE, 1993, p. 6)

Criar um ambiente de aprendizado, é permitir que o aluno interaja com os objetos desse ambiente, que levante suas hipóteses e que possa testá-las. É deixar que o aluno tenha controle do processo de aprendizagem, que explore o objeto estudado, ou seja, dar a chance ao aluno de aprender fazendo. E o professor sempre desempenhando o seu papel junto ao aluno, fornecendo novas informações e explorando conteúdos implícitos nas atividades.

Enquanto a abordagem instrucionista dá ênfase ao software com objetivo de ensinar o aluno com as vantagens das opções de imagens, cor e som, a abordagem construcionista enfatiza o desafio, a descoberta, a criação por meio de programas que dispensam os atrativos mencionados.

Um dos aspectos em que diferem essas duas abordagens é explicado por Papert (1994, p. 124), a melhor aprendizagem para o instrucionismo vem do “aperfeiçoamento da instrução”, a abordagem construcionista não duvida do valor da instrução, mas coloca a ação construcionista com o objetivo de “produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino” (p. 125). Ou seja, não é permitir que a aprendizagem ocorra espontaneamente, mas que o professor estimule em sua prática os processos de aprendizagem.

Outra mudança necessária é permitir que o aluno construa, descubra por si só seus métodos de resolução de problemas seguindo seu próprio pensamento. Para Papert (1994, p. 125) essa mudança se assemelha a um provérbio: “se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar”. O construcionismo visa possibilidades de êxito descobrindo, pescando o conhecimento que será importante para adquirir outros conhecimentos. A essa descoberta Papert dá o nome de Matética, ou seja, a arte de aprender. É evidente, a necessidade de ter boas varas de pescar e o uso do computador pode dar a oportunidade de trabalhar e desenvolver mateticamente diferentes estilos do aluno.

Como ensinar para que o aluno aprenda? Qual método e material usar? Papert (1994) diz que é importante a habilidade matética de construir conhecimento concreto – que a escola está errada ao passar tão rápido do concreto para o abstrato, pois o trabalho mais importante está nas atividades concretas e para elas o tempo despendido é mínimo. Ao falar de quem busca e usa o conhecimento apoiado em habilidades concretas, Papert (1994, p. 128) emprega a palavra bricolage como uma

> Metáfora para os estilos do antigo João-faz-tudo, que bate de porta em porta oferecendo-se para consertar o que quer que esteja estragado. Face a uma tarefa, o “arrumador” remexe em sua sacola de ferramentas sortidas para encontrar uma que se adaptará ao problema à mão e, se a ferramenta não funciona para a tarefa, ele simplesmente tenta uma outra, sem jamais se perturbar, nem mesmo de leve pela falta de especificidade do instrumento.

A bricolage é uma metodologia que tem como princípios básicos: use o que você tem, improvise, melhore, invente para ter idéias e modelos para melhorar a habilidade do fazer e desenvolver a habilidade matética. Papert (1994) afirma que é possível tornar-se um bom bricoleur trabalhando para não separar a atividade mental da atividade concreta e desenvolvendo a habilidade matética.

Papert (1994, p. 103) dá um exemplo claro de bricolage na Matemática Culinária, do arrumador que resolve situações remexendo a sua sacola de ferramentas sortidas.

> Senti-me momentaneamente chocado quando uma amiga com quem eu estava cozinhando calculou dois terços de uma xícara e meia de farinha através do seguinte procedimento: medir uma xícara e meia na superfície, espalhá-la em um círculo, dividir o círculo em três fatias, formando um padrão simétrico de fatia de torta e colocando uma fatia de volta na lata de farinha.

Modelos como este de, multiplicar 1 ½ por 2/3, são ensinados na escola por meio da instrução direta em matemática, isso seria possível aprender em outro contexto, além do uso de algoritmos escolares.

Em síntese, na visão construcionista, a aprendizagem pode caminhar no sentido do mínimo de ensino para que o aluno vá fazendo, consertando e melhorando suas construções, em um ambiente que não dependa de quem ensina. Por isso, o conhecimento mais importante é aquele que serve de "vara" para utilizar em outras atividades.

2.3.3 O software cabri-géomètre

Diante dessa visão, desenvolvemos a nossa pesquisa com o software Cabri-Gèométre II[1] por dois motivos, primeiramente por ser um programa aberto e interativo que permite ao aluno possibilidade para elaborar o próprio conhecimento com construções geométricas dinâmicas possibilitadas pelo software e, segundo, por estar presente nas escolas estaduais que têm sala ambiente de informática.

O CG proporciona aos alunos a oportunidade de testar hipóteses, suposições, observar as propriedades das figuras e verificar o que ocorre em diversas situações e com isso, acreditamos que o programa permite aos alunos ter uma aprendizagem significativa. Mas, é imprescindível que o professor atue como

1 Estaremos nos referindo CG para Cabri-Gèométre II

mediador e orientador. Cabe ao aluno fazer descobertas a partir das atividades propostas e que elas alimentem reflexões matemáticas para que o aluno compreenda o processo.

Vale ressaltar que o CG permite a exploração da Geometria, por meio da manipulação de objetos e da preservação das propriedades geométricas dos objetos construídos e também ajuda o aluno a diferenciar desenho e figura (construção da imagem de acordo com as propriedades geométricas). Essa diferenciação se torna mais difícil no ambiente do lápis e papel, pois adquire um caráter mais estático, dificultando a identificação das propriedades. De acordo com Baldin e Villagra (2002, p. 6), o CG traz as seguintes contribuições para o ensino e a aprendizagem:

> *a) a linguagem visual*, que estimula novo meio de comunicação de conceitos abstratos, tornando a tarefa de compreensão da linguagem matemática mais agradável; b) a *interatividade*, que propicia a oportunidade de introduzir experiências em laboratórios para instigar o espírito de investigação de propriedades, conjeturas de novas propriedades, confirmação de resultados etc.; c) o desenvolvimento de *atividades manipulativas* concretas, que permitem o acompanhamento mais personalizado da aprendizagem, respeitando as diferenças individuais; e d) o desenvolvimento da sensibilidade em relação aos conceitos matemáticos de natureza pura e aqueles inerentes ao uso de equipamentos etc.

O computador é utilizado como ferramenta para trabalhar com o software CG na construção de conceitos geométricos e o CG é definido como sendo um conjunto de objetos elementares, como, ponto, segmento, reta, etc. e por ações tais como, traçar uma reta perpendicular a outra reta, verificar se duas retas são paralelas ou perpendiculares, etc. O aluno interage com o software com as construções que se fazem no ambiente papel e lápis e nessa interação é obrigado a escolher e tomar decisões. Se julgar que na sua decisão há necessidade de mudança ou melhora, ele pode retornar as informações (feedback).

Vejamos algumas de suas características:[2]

- Move e manipula objetos;

---

2 Essas características foram retiradas e adaptadas do menu Ajuda do CG

- Permite a construção de pontos em um espaço livre, em um objeto ou em uma intersecção, retas, triângulos, polígonos de n lados, círculos e outros objetos básicos;

- Amplia ou reduz, gira os objetos geométricos ao redor de um ponto selecionado ou de um centro geométrico, além de possibilitar a geometria axial e central;

- Constrói figuras, mostra a distância, comprimento, perímetro com atualização dos valores quando são movimentados pelo ícone ponteiro;

- Permite aos usuários a criação de macros, podendo nomear e salvar as construções que se repetem com freqüência;

- Permite ao professor configurar os menus das ferramentas para disponibilizar somente as funções que achar necessárias, de acordo com o nível das atividades;

- Ocultar (ou mostrar) objetos na tela de desenhos utilizados nas construções para melhor organização da tela;

- Permite diferenciar os objetos através de cores e espessuras das linhas;

- Muda a aparência de um objeto;

- Mostra as características dinâmicas das figuras, ou seja, translada, gira ou amplia na direção especificada por meio de animações;

- Possibilita a revisão de uma construção passo a passo.

As características do CG podem contribuir significativamente para a investigação matemática, quando forem bem exploradas pelo professor. Vejamos alguns exemplos sobre essas explorações:

- *Verificação de propriedades*. Permite verificar a existência de propriedades geométricas entre objetos, ou seja, se são colineares, paralelos, perpendiculares, eqüidistantes e pertencente a um determinado objeto, com isso, os alunos podem analisar os possíveis erros em uma construção, refletindo sobre como fazer a construção para que a propriedade seja válida. Na figura abaixo, as retas u e v foram construídas aleatoriamente sem as condições de paralelismo, ou seja, se prolongadas terão algum ponto em comum. O software CG verifica se duas retas, semi-retas, segmentos, vetores ou lados de um polígono são paralelos ou não.

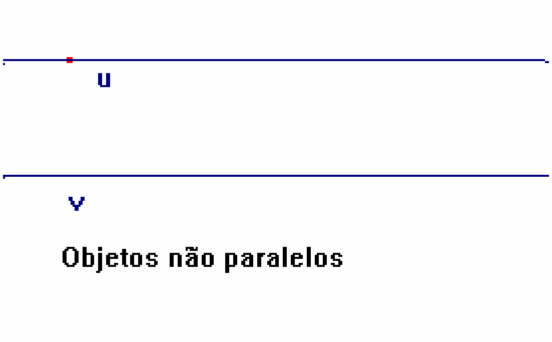

FIGURA 1: Esquema representativo de verificação de propriedades
Fonte: O autor

- *Figuras construídas sob princípios geométricos podem ser movimentadas, conservando as propriedades que lhes foram atribuídas, permitindo observar modificações em tempo real durante o uso do software.* O professor pode, por exemplo, construir um triângulo retângulo com retas perpendiculares e solicitar que os alunos movimentem os vértices desse triângulo e tentem justificar o porquê o ângulo B não se altera.

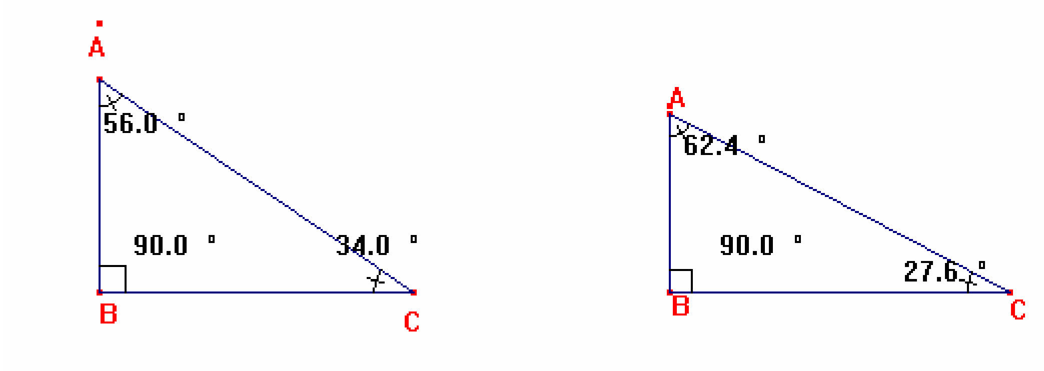

FIGURA 2: Esquema representativo da figuras construídas sob princípios geométricos
Fonte: O autor

- *O professor pode suprimir ou adicionar recursos dos menus.* Em um determinado menu existem as opções de construção de retas paralelas, perpendiculares, mediatriz, bissetriz etc. Se o professor deseja trabalhar com construções de retas paralelas, sem utilizar a opção *Retas Paralelas* do menu para que os alunos façam suas construções, poderá suprimir a opção.

- *Possibilita a investigação de propriedades geométricas e a formulação de hipóteses, suposições.* O professor pode solicitar que os alunos construam triângulos, meçam seus ângulos internos, façam a soma dos mesmos e movimentem seus vértices, observando o que acontece com a soma desses ângulos. O professor também pode pedir comentários dessas observações e fazer intervenções junto aos alunos com questionamentos, para que possam levantar hipóteses sobre a soma dos ângulos internos de triângulos.

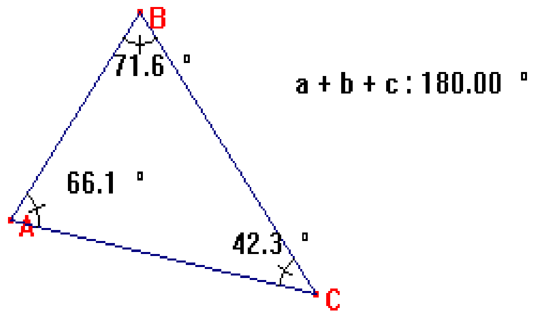

FIGURA 3: Esquema representativo sobre investigação de propriedades geométricas
Fonte: O autor

- *Permite revisar uma construção, ou seja, reproduzir suas etapas:* A reprodução dos passos utilizados em uma construção possibilita ao aluno entender e visualizar cada passo utilizado em determinada figura e para o professor, permite descobrir as passagens percorridas pelo aluno na resolução de atividades, ou seja, permite a ambos ver cada etapa de uma construção.

- *Permite ocultar linhas dos objetos que foram usados:* na construção de qualquer figura, é possível esconder os objetos que auxiliaram. Por exemplo, a construção do triângulo equilátero abaixo, foi obtida a partir da intersecção de duas circunferências de mesmo raio, logo é possível escondermos as circunferências para que somente o triângulo fique visível. O professor poderá utilizar esse artifício para levar os alunos à investigação, à descoberta e à compreensão das propriedades geométricas de uma figura.

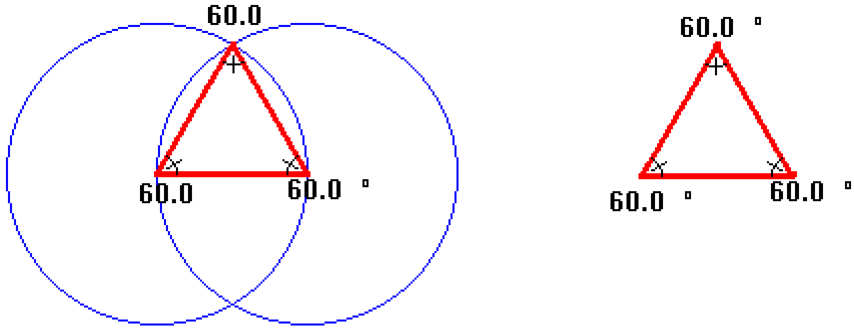

FIGURA 4: Esquema representativo sobre possibilidade de ocultar linhas dos objetos que foram usados

Fonte: O autor

2.4 A Geometria

A Geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que vivemos. Para Ochi, Paulo, Yokoya e Ikegami (2003, p. 9)

> A geometria é um tópico natural para encorajar a resolução de problemas e tem muitas aplicações que aparecem no mundo real; por si só, este argumento já é bastante forte para justificar o trabalho com geometria na escola, mas podemos apresentar outros.

É importante aplicá-la na escola por vários motivos: sem estudá-la os alunos não desenvolvem adequadamente o pensamento geométrico e o raciocínio visual, e também deixam de utilizá-la para facilitar a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento, ou seja, sem conhecer a geometria, a leitura do mundo torna-se incompleta e a visão da matemática torna-se diminuída.

A geometria está em toda parte, mas é preciso enxergá-la, mesmo não estabelecendo relações, lidamos em nosso cotidiano com as idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medidas (comprimento, área, volume), simetria, polígonos (quadriláteros, triângulos,...), ou seja, cotidianamente estamos envolvidos com essas idéias e ainda comparando-a com o ensino de outras partes da Matemática, ainda é pouco presente nas salas de aula. E também pela necessidade do homem em compreender e descrever o seu meio ambiente é que as imagens, representadas com desenhos, foram conceitualizadas até adquirirem um significado matemático e juntamente com conceitos e relações geométricas, formaram a geometria.

Hoje, os alunos sabem reconhecer um quadrado ou um triângulo, mas muitas vezes, não reconhecem suas características, e também não compreendem que um quadrado é um retângulo. Dois educadores holandeses Dina van Hiele-Geldof e Pierre Marie van Hiele desenvolveram um modelo a ser usado para orientar a formação e para avaliar as habilidades dos alunos.

O modelo Van Hiele de pensamento geométrico consiste em cinco níveis de compreensão: *visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor*. De acordo com esse modelo, o aluno se move seqüencialmente a partir do nível inicial ou básico (visualização), em que o espaço é simplesmente observado, as propriedades das figuras não são explicitamente reconhecidas e seguem a seqüência relacionada acima, até o nível mais elevado (rigor), que diz respeito aos aspectos abstratos formais de dedução.

Segundo Lindquist e Shulte (1994), o modelo Van Hiele de pensamento geométrico é apresentado como:

- Nível 0 (nível básico): visualização

“Neste estágio inicial, os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em torno deles” (p. 2). Os conceitos de Geometria são vistos como um todo, e não com suas particularidades, componentes. As figuras geométricas são reconhecidas por sua aparência física, não por suas partes ou propriedades.

O aluno neste nível consegue identificar formas específicas e, dada uma figura, consegue reproduzi-la.

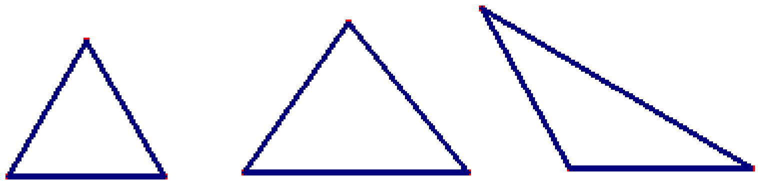

FIGURA 5: Triângulos – figura geométrica – representando o nível básico
Fonte: O autor

Por exemplo, dadas as figuras acima, o aluno neste nível estaria em condições de reconhecer que essas figuras são triângulos, pois têm formas semelhantes às de triângulos que ele viu anteriormente. Mas, o aluno neste estágio não saberia reconhecer que a soma dos ângulos internos desses triângulos é igual a 180º e não conseguiria classificá-los em relação a seus lados e ângulos.

- Nível 1: análise

Neste nível, segundo Lindquist e Shulte (1994, p.3), “começa uma análise dos conceitos geométricos. Por exemplo, através da observação e da experimentação, os alunos começam a discernir as características das figuras. Surgem então propriedades que são utilizadas para conceituar classes de configurações”. Assim, reconhecem que as figuras têm partes e que estas são reconhecidas por suas partes. Dado um conjunto de triângulos, os alunos poderiam, medindo seus ângulos e lados, estabelecer que há triângulos com os três lados iguais, com dois lados iguais e com todos os lados diferentes, e após vários exemplos fazer generalizações para a classe de triângulos. Todavia, os alunos deste nível não são capazes de estabelecer relações e não entendem definições.

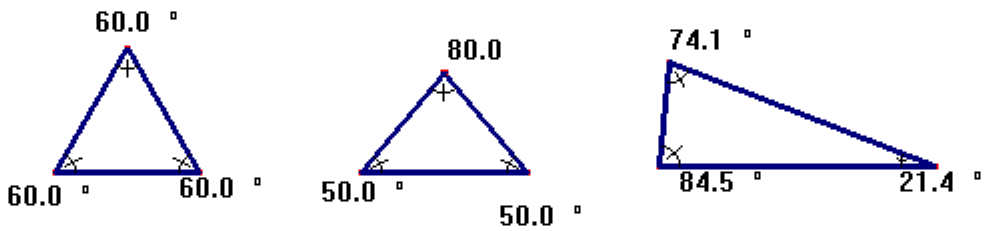

FIGURA 6: Triângulos – figura geométrica – representando o nível 1
Fonte: O autor

- Nível 2: dedução informal

As “inter-relações de propriedades, tanto dentro de figuras quanto entre figuras” (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 3) já são estabelecidas pelos alunos. Logo, eles são capazes de deduzir propriedades de uma figura e há uma compreensão e consequentemente as definições têm significados e os alunos acompanham e formulam argumentos informais. Neste nível, porém, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas.

- Nível 3: dedução

Neste nível a verdadeira compreensão da dedução já ocorre como uma forma de estabelecer uma teoria geométrica no contexto de um sistema de definições, teoremas, etc. O aluno também já é capaz de construir demonstrações e não apenas memorizá-las ou decorá-las.

- Nível 4: rigor

Neste último nível, o aluno é capaz de enxergar a geometria no plano abstrato. O autor do modelo Van Hiele, Pierre Marie van Hiele, revela que se interessa mais pelos três primeiros níveis e que a maioria das pesquisas se concentra nesses níveis.

Os Van Hiele identificaram também cinco propriedades do modelo como *seqüencial, avanço, intrínseco e extrínseco, lingüística e combinação inadequada*. Essas características são “significativas para educadores, pois podem auxiliá-los na tomada de decisões quanto ao ensino” (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 4).

- *Seqüencial*: Necessariamente, o aluno tem que passar pelos vários níveis sucessivamente e assimilar as estratégias do nível anterior para se sair bem num determinado nível.

- *Avanço*: Avançar (ou não) “de um nível para outro depende mais do conteúdo e dos métodos de instrução recebidos do que da idade” (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 5). Pode também ocorrer o retardamento ou a acentuação do progresso de um nível para outro, mas não pular um determinado nível.

- *Intrínseco e extrínseco*: Os objetos ligados a um nível serão os objetos de ensino no nível posterior. Por exemplo, nos triângulos, que no nível 0 são apenas percebidas as suas formas, no nível 1, essa figura é analisada e suas particularidades são descobertas.

- *Lingüísticas*: Uma relação, que é usada em um nível, pode não ser usada em outro nível, pois cada nível tem seus próprios símbolos lingüísticos.

- *Combinação inadequada*: Todos os meios para a aprendizagem do aluno devem estar combinados, ou seja, “se o professor, material didático, conteúdo, vocabulário, e assim por diante, estiverem num nível mais alto que o aluno, este não será capaz de acompanhar os processos do pensamento que estarão sendo empregados” (LINDQUIST; SHULT, 1994, p. 5) e o aprendizado, o progresso desejado pode não se verificar.

Como vimos, os Van Hiele afirmam que o progresso em relação aos níveis depende mais da instrução que recebe, do método, da organização do curso, do conteúdo, do material usado, do que da idade do aluno. Logo, para trabalhar essa questão, segundo Lindquist e Shult (1994), os Van Hiele propuseram a *interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração* como sendo as cinco fases seqüenciais de aprendizado e também afirmam que a instrução desenvolvida de acordo com essa seqüência promove a aquisição de cada um dos níveis.

Fase 1: interrogação/informação

Esta fase inicial exige uma integração entre professor e aluno com conversas, atividades dos objetos de estudo através de observações e levantamento de questões. Por exemplo, o professor pergunta aos alunos: “O que é um triângulo? Podemos encontrar triângulos em nosso cotidiano?” Essas atividades são importantes, pois fornecem ao professor as informações sobre quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto e também os alunos têm um sentido em relação aos estudos.

Fase 2: orientação dirigida

“Os alunos exploram o tópico de estudos através do material que o professor cuidadosamente ordenou em seqüência” (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 6). Essas atividades deverão mostrar aos alunos as características desse nível, com isso a maior parte do material serão pequenas tarefas com o objetivo de provocar respostas específicas.

Fase 3: explicação

De acordo com as explorações, as experiências anteriores dos alunos, eles expressam suas observações e o professor tem o papel de orientá-los para o uso de uma linguagem adequada. E também é imprescindível, nesta fase, a discussão entre os alunos e o professor.

Fase 4: orientação livre

"O aluno vê-se diante de tarefas mais complexas" (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 7), como vários passos e também tarefas de finais abertos, em que os alunos possam descobrir sua própria maneira de resolver tarefas.

Fase 5: integração

Nesta fase acontece a integração professor/aluno, em que revêem o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral sobre as relações. No final desta fase, os alunos terão alcançado um novo nível de pensamento, pois o novo raciocínio substitui o antigo, e serão capazes de reproduzir as fases de aprendizado no nível seguinte.

3 PERCURSO DA PESQUISA

> A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida.
>
> Jacque Bernoulli

3.1 Origem da Pesquisa

O interesse em trabalhar com os recursos da informática no ensino da Matemática, particularmente na área da Geometria, vem de minha experiência como professora de Matemática.

Em 1996, passei a lecionar Matemática em séries do ensino fundamental e médio, na cidade de Anhumas. Neste mesmo ano, vivenciei uma experiência num curso de “Extensão Cultural sobre o uso de softwares educacionais no ensino de matemática”, realizado pela Diretoria de Ensino de Presidente Prudente. Em 2001 ocorreu uma nova experiência, foi no curso de “Melhoria do Ensino de Matemática na escola Pública do Ensino Médio a partir da proposta curricular com resoluções de problemas e auxílio do computador”, promovido pelo departamento de Matemática da UNESP – câmpus de Ilha Solteira. Essa experiência foi de grande importância por oferecer uma visão de como o ensino de geometria é encarado pelos professores e alunos.

O ensino de Geometria, muitas vezes, é pouco trabalhado na rede pública, ou seja, os objetos geométricos não são construídos com o compasso, esquadro, transferidor etc., consequentemente, nem sempre os alunos conhecem suas particularidades e propriedades.

A geometria em algumas situações não é explorada, com isso, os alunos simplesmente recebem informações e definições do conteúdo estudado, apoiadas em exemplos e reproduções sob a forma de exercícios. Nesta prática, os alunos não se envolvem e não participam ativamente.

Com preocupações dessa natureza, em 2004, resolvi pesquisar um conteúdo da geometria, com o auxílio do computador, utilizando um software de geometria CG. A série escolhida foi a 7ª do ensino fundamental e o conteúdo, triângulos.

3.2 Objetivo Geral

Investigar possíveis contribuições do CG para a aprendizagem de Geometria na 7ª série do Ensino Fundamental.

3.2.1 Objetivos específicos

- Verificar o interesse dos alunos em utilizar o software CG.
- Identificar dificuldades dos alunos no domínio do software.
- Investigar aprendizagens possibilitadas com o uso do CG.
- Caracterizar o contrato didático predominante nas sessões observadas.

3.3 Metodologia Aplicada na Pesquisa

A metodologia utilizada teve como enfoque a pesquisa qualitativa do tipo pesquisa-ação por se tratar de uma situação de intervenção conduzida pelo próprio investigador. Com base em Jordão (2006), a pesquisa-ação não é um estudo do que os outros fazem, mas da prática do próprio investigador com intenção de melhorar as situações de aprendizagem, as qualidades internas e de beneficiar pessoas que não sejam cientistas, ou seja, ajudar os alunos em formação a desenvolverem uma visualização como agentes da história, oferecendo-lhes caminhos para enxergar conexões entre a sala de aula e os contextos sociais em que está inserido.

> Na investigação-ação, por sua vez, os atos de investigação são necessariamente atos substantivos, isto é, o ato de investigar pressupõe uma obrigação de beneficiar pessoas que não pertencem à comunidade científica. Assim, a essência da investigação-ação em educação está no fato de que em seu núcleo sempre existe uma ação que beneficia a aprendizagem dos alunos ou o desenvolvimento profissional dos professores (Stenhouse, 1998). (apud JORDÃO, 2006, p. 4)

Estávamos preocupados em analisar a compreensão e a interpretação dos alunos. A nossa estratégia foi observar o trabalho realizado por eles na resolução das atividades propostas e seus argumentos; para refletirmos sobre suas dificuldades e atitudes no que diz respeito ao domínio do CG, aos conceitos abordados, às interações e intervenções da professora.

Essa pesquisa teve a abordagem Fenomenológica centralizada no sujeito (aluno) e não no objeto (software), pois interpretamos e explicamos o sujeito em relação ao objeto, ou seja, preocupamo-nos com a capacidade humana de produzir significados e os fenômenos não foram analisados, mas compreendidos em um determinado momento e contexto.

Borba (2006) afirma que a abordagem fenomenológica privilegia a descrição de experiências, relatos de compreensões, observações e a intencionalidade é a essência, que tende a atingir aspectos do humano, ou seja, o sentido que o mundo faz para cada um de nós e para todos ao mesmo tempo.

> É por isso que esse modo de pesquisar dá destaque à descrição. Descrição dos estados de consciência, o que significa dos atos vivenciais aos quais se está atento, percebendo-os em ação. Sempre é uma descrição daquele que *percebe* e para quem o mundo faz sentido. Trata-se, portanto, de uma investigação que ao mesmo tempo pesquisa a realidade mediante suas manifestações e torna o sujeito perceptor lúcido a respeito do sentido que o mundo faz para si, incluindo nessa lucidez a atentividade para com o sentido que o mundo faz para os outros com quem está. (p. 111-112)

3.4 Participantes da Pesquisa

Os participantes da pesquisa foram alunos da 7ª série B do ensino fundamental da E. E. Coronel Francisco Whitacker de Anhumas, S.P., eram vinte e sete alunos de uma faixa etária de 13 e 14 anos. Esta série foi escolhida por ter o menor número de alunos e a sala de informática possuir apenas onze computadores.

A escola tem todas as séries do ensino fundamental e todas as séries do ensino médio, no período diurno. A 7ª série B funcionava no período vespertino e a maioria dos alunos morava na zona rural.

4 DESENVOLVIMENTO DAS AÇÕES

> A filosofia do aprendizado pode ser comparada à da alimentação. O estômago “cerebral” é muito mais poderoso que o digestivo, mas mesmo assim não comporta aprender em algumas horas o que deveria ser feito em um mês.
>
> Içami Tiba

Neste capítulo apresentaremos o relato de cada uma das atividades realizadas na sala de informática. São 14 atividades que apresentam os objetivos, os passos a serem seguidos, as construções, os comentários de alguns alunos e um breve comentário do professor.

Para a realização da pesquisa foram realizadas 13 sessões de duas aulas de 50 minutos cada, somente as sextas-feiras. A princípio, nas primeiras atividades, procuramos observar as possíveis dificuldades dos alunos em trabalhar com o software CG, a compreensão das atividades e a expectativa dos alunos em fazer experimentos, ou seja, manipular e movimentar pontos e objetos. Depois procuramos observar com mais clareza as hipóteses sugeridas pelos grupos, seus argumentos e comentários para tentarmos instigá-los a experimentar suas hipóteses.

As atividades foram planejadas, com a intenção de que os alunos pudessem descobrir conceitos, testar hipóteses e interagir, participar da própria aprendizagem. Eles recebiam, no início da sessão, xerox das ações propostas para cada atividade.

A pesquisa foi desenvolvida na sala de informática, composta de doze computadores, duas impressoras e um dos computadores estava ligado a uma televisão de vinte nove polegadas, que auxiliava nos momentos em que precisávamos mostrar algo para os alunos. Como eram doze computadores e vinte e sete alunos trabalhamos com grupos de dois e três alunos e sempre eram os mesmos grupos.

A primeira atividade, antes de começarmos a trabalhar com o software CG, foi de visualização. Orientamos os alunos, que ao saírem da sala de aula iriam observar tudo o que estava ao seu redor, as figuras geométricas retangulares, quadradas, triangulares, pentagonais e assim por diante. E quando retornassem teriam que responder: “Qual a figura geométrica mais encontrada?” Depois de alguns minutos, observando o interior da escola, eles pediram para observar os arredores, fora da escola. Esse primeiro contato durou uma aula, 50 minutos.

Na sessão seguinte, foi retomada a discussão. A resposta dos alunos à pergunta foi única: *“A figura geométrica que mais encontramos foi o triângulo”*. No interior da escola, eles encontraram triângulos no suporte dos alambrados, na estrutura metálica da cobertura da quadra, na estrutura do telhado do refeitório, etc. Quando estávamos observando as figuras, um aluno fez o seguinte comentário.

“Na maioria das vezes, o triângulo está dentro de um retângulo.” Esse comentário permitiu que explorássemos a rigidez dos triângulos, em relação as outras figuras geométricas, com palitos de sorvete e percevejos.

Depois desse primeiro passo, passamos que o conteúdo a ser trabalhado seriam os triângulos e que as aulas ocorreriam no laboratório de informática, com o auxílio do software CG, todas as sextas-feiras.

Antes do início das atividades no laboratório de informática, propusemos alguns acordos para o bom andamento das aulas. Sendo que cada aluno seria responsável por sua aprendizagem e como eles iriam trabalhar em dupla ou trio, não poderiam conversar paralelamente com outros grupos assuntos que não fossem sobre as atividades e, também, deveriam ter uma boa assiduidade para conseguirmos uma seqüência produtiva nas atividades.

Nas primeiras sessões no laboratório, as atividades propostas foram de exploração das operações básicas. As sessões seguintes foram desenvolvidas numa seqüência de ensino visando à classificação dos triângulos em relação aos lados, aos ângulos (agudo, obtuso e reto) e à identificação das bissetrizes e alturas dos triângulos.

No contato com o software CG, a atividade inicial tinha o objetivo de apresentar o software aos alunos, para que conhecessem os comandos e revissem alguns conteúdos básicos como ponto, reta, semi-reta, etc. Foram programadas para esta atividade duas sessões, mas houve necessidade de quatro sessões, pois os alunos tiveram dificuldades em salvar as atividades e depois localizá-las, diferenciar os vários tipos de pontos (ponto, ponto sobre objeto e ponto de interseção), reta, semi-reta e segmentos.

Esta atividade inicial relacionada com operações básicas foi proposta por Baldin e Villagra (2002, p.14-18) e utilizada com adaptações de acordo com a necessidade dos alunos.

Atividade Inicial: Operações Básicas

Passo 1: Abrir o menu da segunda janela, a do PONTO.

Siga da seguinte forma: Leve o cursor até a primeira janela e aperte o botão esquerdo do mouse sem soltar. Aparecerá o menu com as seguintes opções PONTO, PONTO SOBRE OBJETO e PONTO DE INTERSECÇÃO. Escolha a opção PONTO e observe que o cursor se transforma em um lápis. Clique com o mouse na tela e os pontos serão construídos.

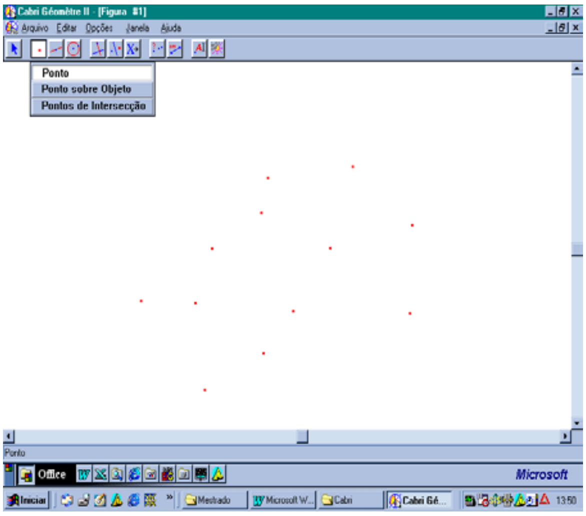

FIGURA 7: Tela do software CG com o passo 1 da atividade inicial
Fonte: Software Cabri-Géomètre

Lembre-se de que de agora em diante, usaremos as seguintes denotações “clique na janela * e selecione a opção **”.

Passo 2: Clique na janela 3 e selecione a opção RETA. Com dois cliques de mouse uma reta é construída, pois o CG constrói a reta que passa por dois pontos.

Passo 3: Clique na janela 2 e selecione a opção PONTO SOBRE OBJETO e construa pontos sobre a reta, isto é, pontos que pertençam à reta.

Passo 4: Construa outra reta que cruze com a anterior.

Passo 5: Clique na janela 2 e selecione a opção PONTO DE INTERSECÇÃO. Construa um ponto onde as duas retas se cruzam, marcando o ponto de intersecção.

Passo 6: Clique na janela 10 e selecione a opção RÓTULO. Esta opção serve para dar nomes aos objetos criados até agora. Mas esta não é a única forma de etiquetar estes objetos. Por exemplo, assim que acabarmos de construir um objeto, se digitarmos a letra correspondente sem mexer o mouse, este objeto será etiquetado. Não se esqueça, costuma-se usar as letras maiúsculas A, B, C, etc. para os pontos e as letras minúsculas m, n, r, s etc. para as retas.

Passo 7: Use o ponteiro, na primeira janela, para mudar as posições das letras, para mudar os pontos, as retas dos lugares e comente o que você observou, deixando registrado na opção COMENTÁRIO da janela 10.

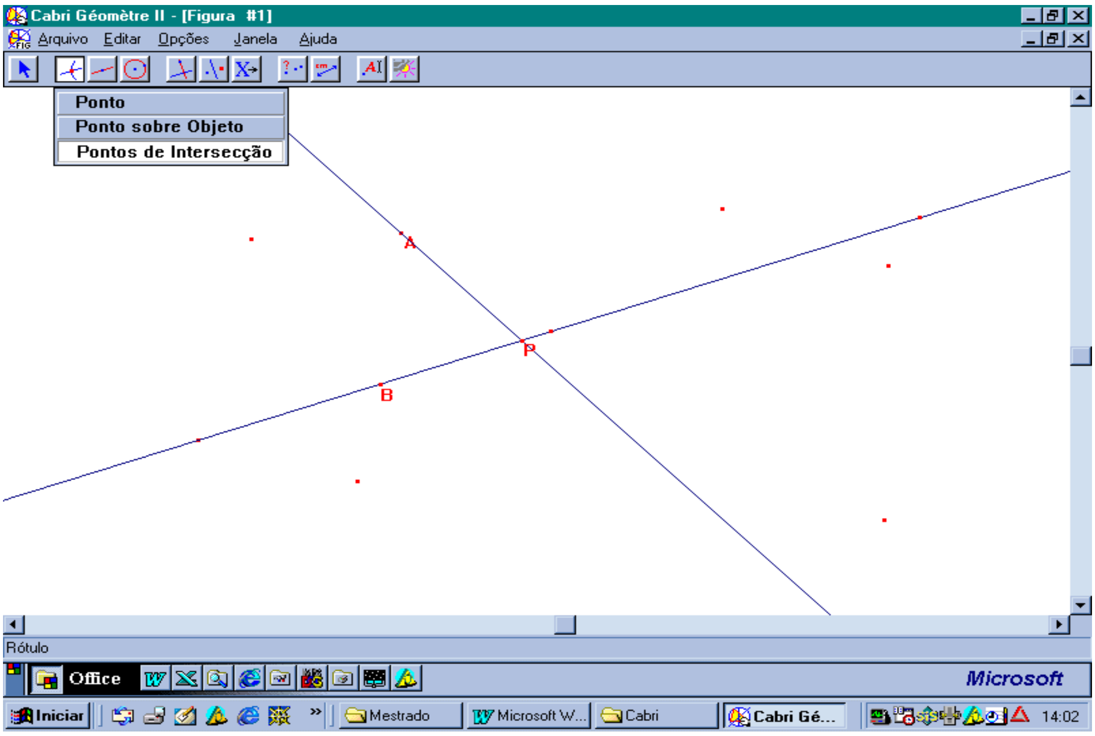

FIGURA 8: Atividade inicial

Fonte: O autor

Esta foi a atividade inicial com o software e para nossa surpresa os alunos não sabiam diferenciar segmento, semi-reta e reta, logo tivemos a necessidade de trabalhar outras atividades básicas de introdução à Geometria.

Depois de os alunos terem terminado a atividade até o passo 7, e que eles utilizaram o ponteiro para movimentar os pontos e as retas, alguns dos comentários foram os seguintes:

"Professora, os pontos A e B não vão para onde eu quero, eles só se movimentam em cima da reta..."

"O ponto P não sai do lugar eu estou tentando e não consigo..."

"Acho que o botão está quebrado, porque os pontos não vão aonde eu quero, e a senhora me falou que com esse botão, o ponteiro, eu poderia levá-lo aonde eu quero."

Diante desses comentários, nenhum dos alunos conseguiu estabelecer uma relação aos vários tipos de pontos que construíram. Que quando se constrói um ponto qualquer pode-se movimentá-lo para qualquer lugar, quando se constrói um ponto sobre objeto, este ponto irá se movimentar somente sobre esse objeto e um ponto criado em uma intersecção não se movimentará fora dessa intersecção. Foi preciso voltar a esta atividade e no momento em que os alunos foram construindo o que foi proposto, o professor foi questionando-os para que chegassem à diferenciação entre os vários tipos de pontos construídos. Foram planejadas apenas três aulas de familiarização com o software, mas devido à falta de conteúdos básicos, da falta de habilidades para explorar construções, a atividade inicial (operações básicas) foi feita em oito aulas.

As atividades seguintes propostas foram específicas sobre triângulos e foram propostas por Silva, Almouloud, Campos e Bongiovani (1998) e adaptadas de acordo com a necessidade dos alunos. Estaremos nos referindo a T como Atividade e T1 como Atividade 1 e assim, sucessivamente.

Objetivos da T1

Esta atividade tem como objetivo classificar os triângulos em relação à medida dos lados: isósceles, equilátero e escaleno, mas sem nomeá-los. Optamos por apresentar a nomenclatura no momento em que tais triângulos forem construídos geometricamente.

Esta atividade é um traçado empírico controlado apenas pela visualização, onde o aluno poderá perceber que os triângulos têm partes e que serão reconhecidos por estas, sem nos preocuparmos com a construção geométrica, de acordo com o modelo de pensamento geométrico de Lindquist e Shulte (1994), nível 1. Mais adiante, trabalharemos as construções geométricas.

Ações propostas:

a) Crie na tela um triângulo EPA. Clique na janela 3 e selecione a opção TRIÂNGULO. Com o cursor, clique em 3 pontos na tela, e o CG construirá um triângulo, definido por três pontos (vértices).

b) Meça os lados de EPA. Clique na janela 9 e selecione a opção DISTÂNCIA E COMPRIMENTO. Colocando o mouse sobre, por exemplo, o ponto E, aparece a mensagem “distância desse ponto”, quando clicamos sobre ele, o ponto começa a piscar, então movemos o mouse para outro ponto, por exemplo, o ponto P, aparece a mensagem “a este ponto” e quando clicamos aparece a distância do lado medido EP. Logo, medimos a <u>distância desse ponto</u> E <u>a este ponto</u> P.

c) Movimentando os vértices E, P e A, responda:

- É possível representar um triângulo com dois lados de medidas iguais?
- É possível representar um triângulo com três lados de medidas iguais?
- É possível representar um triângulo com três lados de medidas diferentes?
- É possível representar um triângulo com os lados de medida 3, 5 e 4 cm?
- É possível representar um triângulo com os lados de medida 3, 5 e 9 cm?

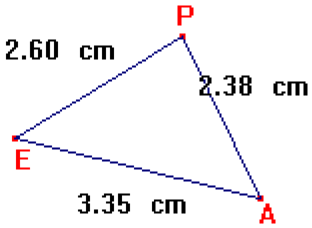

FIGURA 9-a:T1 - Triângulo

Fonte: Desenho dos alunos

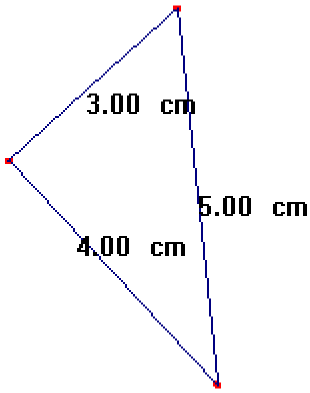

FIGURA 9-b: T1 - Triângulo

Fonte: Desenho dos alunos

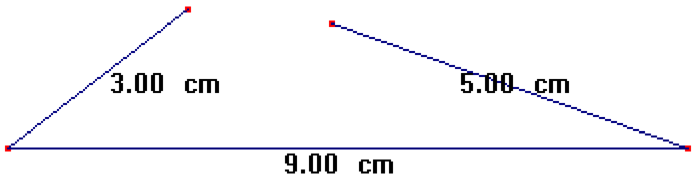

FIGURA 9-c: T1 - Tentativa de representação de um triângulo

Fonte: Desenho dos alunos

Nesta atividade, os alunos ao movimentarem o triângulo EPA perceberam que é possível construir triângulos com três lados de mesma medida, três lados com medidas diferentes e com dois lados de mesma medida. Não tivemos preocupação alguma na construção geométrica e com a classificação dos mesmos, mas sim em apenas apresentar os diferentes tipos de triângulos.

As duas últimas perguntas sobre a existência de certos triângulos teve como objetivo mostrar ao aluno que em algumas situações não é possível encontrarmos o triângulo esperado. E além desses dois exemplos dados, os próprios alunos tentaram encontrar outros triângulos com medidas de segmentos que eles mesmos escolheram e uma aluna conseguiu explorar e observar sem ter sido proposto, nas palavras dela:

“Professora, eu tentei ‘montar’ outros triângulos, mas eu só consegui quando... por exemplo, este triângulo que eu fiz de 2, 3 e 4, eu consegui, o outro de

2, 5 e 10 eu não consegui, então eu acho que se tiver uma medida maior que os outros dois lados, eu não vou conseguir.”

Então, diante desta vontade de descobrir dessa aluna, foi perguntado aos demais se eles concordavam com ela, e eles depois de um instante, ao olharem para as suas tentativas e hipóteses disseram que sim. Logo, foi sugerido a eles que então tentassem descobrir, elaborar uma teoria que seria sempre válida para a existência de qualquer triângulo e dos vinte e quatro alunos presentes, um grupo (três alunos) respondeu que diante dos exemplos deles, somente era possível construir um triângulo quando:

“... se a senhora pegar dois lados do triângulo e somar o outro lado que sobra, não pode ser maior que esse número porque se for maior, o ‘triângulo não fecha.’”

O grupo testou as hipóteses que elaborou, pois foi de acordo com os seus exemplos, manipulando, interagindo e movimentando com o ponteiro que eles construíram o conhecimento sobre a existência de certos triângulos:

A medida de qualquer lado deve ser menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

Objetivos da T2

Classificar os diferentes tipos de ângulos: agudo, obtuso e reto. Novamente, trabalharemos o traçado empírico controlado apenas pela visualização, pois estamos interessados na classificação dos ângulos e não na sua construção. O ângulo de 90º será a referência para medir e classificar os demais.

Ações Propostas:

a) Crie três pontos – A, B e C – não alinhados. Clique na janela 2 e selecione a opção PONTO.

b) Crie a reta AB e a reta AC. Clique na janela 3 e selecione a opção reta. Para criar a reta AB, posicione o mouse sobre o ponto A e aparecerá a mensagem “por este ponto”, clique sobre o ponto A ele começará a piscar. Movimentando o cursor, vá para o ponto B, aparecerá a mesma mensagem e clique sobre o mesmo, assim a reta AB será construída. Faça o mesmo para a reta AC.

c) Meça o ângulo BAC. Antes de medirmos o ângulo, vamos marcá-lo. Clique na janela 10 e selecione a opção MARCA DE ÂNGULO. Para marcar clique nos pontos B, A e C nessa ordem e a cada clique aparecerá a mensagem “este ponto”. Agora para medir o ângulo, clique na janela 9 na opção ÂNGULO. Leve o cursor sobre a marca de ângulo, aparecerá a mensagem “esta marca” e dê um clique.

d) Movimentando os ponto A, B e C, responda:

- Você pode obter um ângulo de medida igual a 90º?
- Você pode obter um ângulo de medida menor que 90º?
- Você pode obter um ângulo de medida maior que 90º?

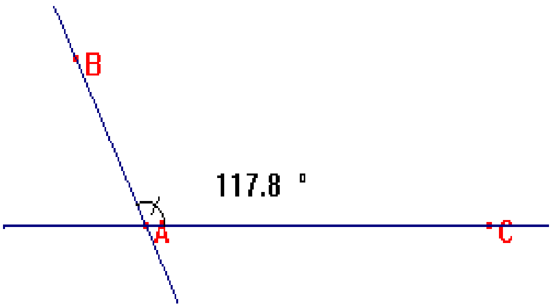

FIGURA 10-a: T2 - Diferentes tipos de ângulos
Fonte: Desenho dos alunos

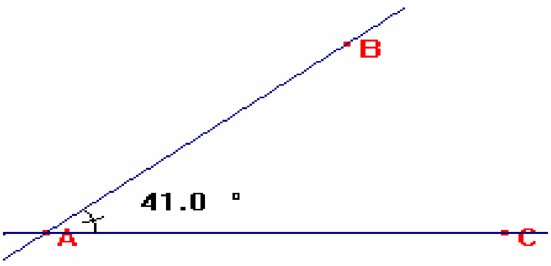

FIGURA 10-b:T2 - Diferentes tipos de ângulos
Fonte: Desenho dos alunos

Um dos comentários dos alunos:

"Conseguimos obter os três ângulos, mas o ângulo igual a 90º foi mais difícil, porque se mexesse um pouquinho, mais ou menos, o ângulo passava de 90º. Os outros dois ângulos maiores e menores que 90º foi mais fácil porque têm muitos."

Nesta atividade, os alunos não tiveram nenhuma dificuldade em verificar que é possível obter ângulos de medidas iguais, maiores e menores que 90º. O ângulo de 90º foi o referencial para os demais ângulos, em que o conceito será adquirido na T4.

Objetivo da T3

Classificar os diferentes tipos de triângulos, segundo os ângulos formados pelos lados dos triângulos. Nesta atividade, não se têm nenhuma preocupação em relação à construção dos objetos geométricos chamados triângulo retângulo, acutângulo e obtusângulo, mas somente com o traçado para a classificação dos triângulos.

Ações Propostas:

a) Crie um triângulo e nomeie os seus vértices de O, B e A

b) Meça os ângulos representados por OBA, BAO e BOA.

c) É possível representar um triângulo com um ângulo de medida igual a 90º ?

d) É possível representar um triângulo com um ângulo de medida maior que 90?

e) É possível representar um triângulo com três ângulos de medidas menores que 90º?

f) É possível representar um triângulo com dois ângulos de medidas iguais a 90º?

g) É possível representar um triângulo com dois ângulos de medidas maiores que 90º?

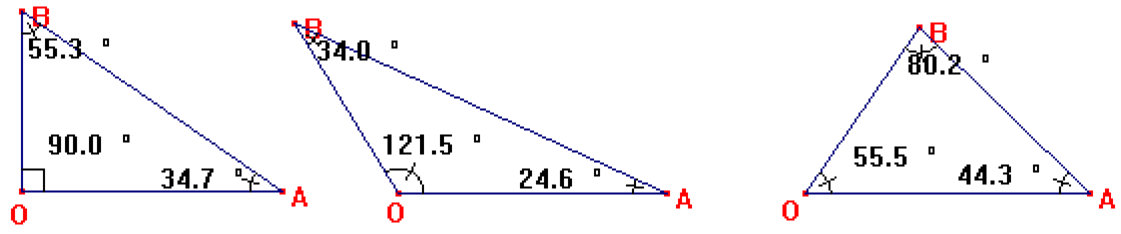

FIGURA 11: T3 - Classificação de triângulos em relação aos ângulos

Fonte: Desenho dos alunos

Os itens c), d) e e) foram construídos por todos os alunos sem nenhuma dificuldade, a maioria salientou que, quando o ângulo tem medida 90º, a sua marca muda, "fica um quadrado e não é redondo". Quanto aos itens f) e g), os alunos não conseguiram construir, pois não existe um triângulo com dois ângulos de 90º, nem triângulos com dois ângulos de medidas maiores que 90º. Quando se perguntou a eles, por que não é possível construir um triângulo com dois ângulos de 90º, a maioria comentou que:

"o ângulo de 90º é formado 'em pé' e se formar um outro ângulo de 90º, não vamos conseguir 'fechar o triângulo', pois os lados vão estar retos ."

E em relação ao item g):

"quando as medidas forem maiores que 90º, nós não conseguiremos fechar o triângulo, porque os ângulos são abertos e não conseguimos fechar os triângulos."

A partir da atividade T4, os menus das janelas que os alunos já conhecem, não serão mais detalhados minuciosamente.

Objetivo da T4

Esta atividade tem como objetivo conceituar o ângulo reto. É importante que o aluno perceba nesta construção que a medida do ângulo não se altera, ou seja, a representação do ângulo é válida para todo deslocamento dos elementos de base.

Ações propostas:

a) Crie uma reta t e um ponto M fora dela.

b) Construa uma reta r perpendicular à reta t passando pelo ponto M. Clique na janela 5 e selecione a opção RETA PERPENDICULAR. Para o CG a reta perpendicular se constrói passando por um ponto perpendicular a uma reta, semi-reta, etc. Leve o cursor para o ponto M e aparecerá a mensagem “por este ponto”, dê um clique e o ponto M começará a piscar. Agora, leve o cursor para a reta t e aparecerá a mensagem “perpendicular a esta reta”, dê um clique com o mouse e nomeie a reta r.

c) Obter a intersecção A das retas r e t. Clique na janela 2 na opção PONTE DE INTERSECÇÃO e rotule este ponto de A.

d) Crie um ponto sobre a reta t e represente-o por C.

e) Meça o ângulo MAC.

f) Movimente o ponto M. O que você observa em relação à medida do ângulo MAC?

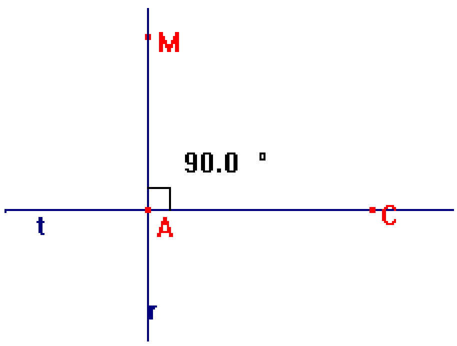

FIGURA 12: T4 - Ângulo reto

Fonte: Desenho dos alunos

Alguns comentários dos alunos em relação ao item f):

“Quando eu movimentei o ponto M, para cima e para baixo da reta t, o ângulo MAC continuou a mesma coisa 90º. E quando eu tentei movimentar o ponto

M para fora da reta r, para a direita e para a esquerda, a reta r foi junto com o ponto M e o ângulo continuou a mesma coisa."

"Na outra atividade que nós fizemos (T2), nós também fizemos o ângulo de 90º, mas se quiséssemos movimentar ele, aumentar ou diminuir, a gente conseguia e agora não."

Diante desta afirmação, perguntamos aos alunos qual é a diferença desta atividade T4 para a T2?

"A construção foi diferente, na T2 nós fizemos um ângulo e depois fomos aumentando e diminuindo, agora nós fizemos diferente, usamos a reta perpendicular."

Os alunos perceberam que o ângulo MAC permanece constante em todos os movimentos do ponto M, mas nem todos conseguiram relacionar com a atividade T2. Na T4, o ângulo de 90º é constante, pois foi construído com uma reta perpendicular. Nesta atividade, também foram salientados os ângulos da T2 (ângulo reto, agudo e obtuso) e que o ângulo reto é referência para os outros, ou seja, maior que 90º é obtuso e menor que 90º é agudo.

Objetivo da T5

O objetivo desta atividade é conceituar a mediatriz de um segmento. A atividade é iniciada com a construção da mediatriz, sem os alunos conhecerem tal objeto, eles são convidados a descobrir.

Ações propostas:

a) Crie um segmento e nomeie as suas extremidades – P e E. Clique na janela 3 e selecione a opção SEGMENTO. Com o mouse, dê um clique em qualquer lugar da tela e um ponto será construído, depois movimente o cursor e o segmento será construído na medida em que queira, dê outro clique com o mouse e o segmento estará construído. Nomeie suas extremidades.

b) Construa a mediatriz de PE e represente-a por m. Clique na janela 5 na opção MEDIATRIZ. Posicione o cursor em algum lugar no segmento e aparecerá a mensagem "mediatriz desse segmento", dê um clique e nomeie a reta de m.

c) Obtenha o ponto de intersecção de m com PE. Represente-o por X.

d) Crie e meça PX e XE. Com a opção segmento na janela 3 crie os segmentos PX e XE.

e) Crie um ponto sobre m e represente-o por A

f) Meça os ângulos representados por AXE e AXP.

g) Movimente P e E. O que você observa em relação aos ângulos e aos segmentos PX e XE?

h) Explique com suas palavras o que é mediatriz do segmento PE.

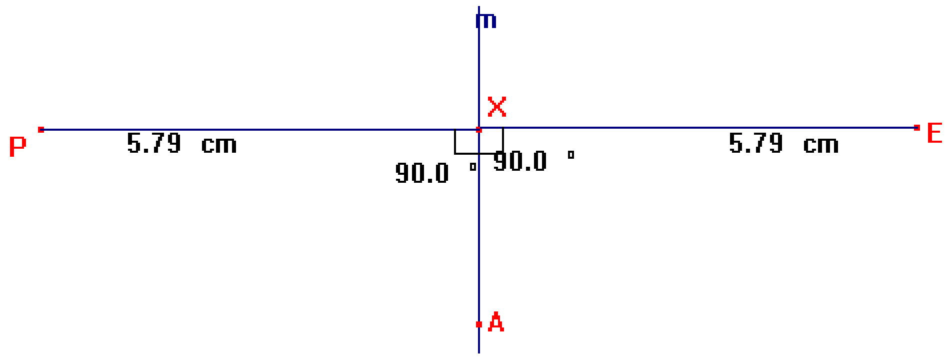

FIGURA 13: T5 - Mediatriz de um segmento

Fonte: Desenho dos alunos

Algumas respostas dos alunos em relação ao item g):

"Quando eu movimentei o ponto P, o ângulo AXP e AXE continuaram sendo de 90º e os segmentos PX e PE aumentavam, se eu afastava o ponto P do ponto X e diminuía, se eu levava o ponto P mais próximo do ponto X e também aconteceu a mesma coisa quando movimentei o ponto E."

"Professora, eu não medi o comprimento dos segmentos PX e PE, mas eu acho que eles são iguais."

Perante esses comentários, foi sugerido aos alunos que medissem o comprimento dos segmentos PX e PE e confirmassem se tinham ou não a mesma medida.

Em relação ao item h):

“Com a mediatriz, os ângulos são iguais a 90º e os segmentos também são iguais.”

“Mediatriz é uma reta que divide o segmento PE em dois segmentos iguais, no meio e têm ângulos de 90º.”

A partir das medidas dos segmentos PX e XE e das medidas dos ângulos AXP e AXE, eles descobriram ao movimentar os pontos P e E, que o ponto X é o ponto médio do segmento e que o ângulo mede sempre 90º. A partir das explicações e comentários apresentados pelos alunos, caracterizamos que mediatriz de um segmento qualquer é a reta que passa pelo ponto médio do segmento, formando um ângulo de 90º com o segmento.

Objetivo da T6

Esta atividade tem como objetivo conceituar o triângulo isósceles. Nesta atividade, o aluno não terá que fazer um simples traçado, mas construir um triângulo com dois lados de medidas iguais, onde suas propriedades são reveladas ao se deslocar um de seus pontos. As medidas de dois lados se alteram, mas mantendo-se sempre iguais.

Ações propostas:

a) Crie na tela um segmento. Nomeie as extremidades – C e M.

b) Construa a mediatriz de CM e represente-a por u.

c) Considere um ponto R em u.

d) Represente o triângulo CRM e meça os seus lados. Depois de construído o triângulo, na janela 9 clique na opção DISTÂNCIA E COMPRIMENTO. Leve o cursor até um dos vértices, por exemplo, o vértice C, aparecerá a mensagem “distância desse ponto”, dê um clique com o mouse e o ponto C começará a piscar. Depois leve o cursor a outro vértice, por exemplo, o vértice R e aparecerá a mensagem “a este ponto”, dê um clique com o mouse e o lado CR do triângulo será medido. Faça o mesmo procedimento para os lados RM e CM.

e) Movimente os vértices C, R e M. O quê você observa?

f) Meça os três ângulos representados por RMC e MCR.

g) Movimente C, R e M e observe as medidas dos lados e dos ângulos. O que você pode concluir?

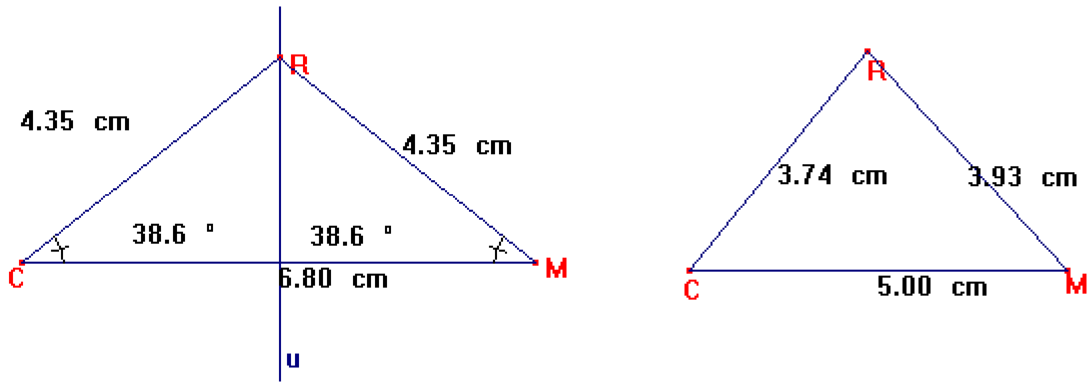

FIGURA 14: T6 - Triângulo isósceles

Fonte: Desenho dos alunos

Algumas observações dos alunos. Em relação ao item e):

“Quando eu movimentei o ponto R, os dois lados do triângulo aumentaram e também diminuíram e o valor dos dois eram iguais. Quando movimentei o ponto C ou o ponto M o lado CM aumentava e diminuía e também os lados CR e RM aumentavam quando CM aumentava e diminuía quando CM diminuía.”

Em relação a item g):

“Os dois ângulos RMC e MCR são iguais sempre, porque eu movimentei os vértices R, C e M e quando eles aumentavam ou diminuíam eram sempre iguais.”

“A medida dos dois lados iguais e dos dois ângulos iguais quando se movimentava um ponto, todos aumentavam ou todos diminuíam.”

“Esse triângulo vai ter dois lados iguais e dois ângulos iguais.”

Logo, perguntamos aos alunos se qualquer triângulo vai ter sempre essas características, dois lados de mesma medida e dois ângulos de mesma medida. Foi sugerido então que fizessem outro triângulo qualquer com a opção triângulo na janela 3 e que movimentassem seus vértices.

Os alunos observaram que esse último triângulo construído não tinha as propriedades do primeiro. A partir das conclusões dos alunos, caracterizamos o objeto geométrico triângulo isósceles como o conjunto de todos os triângulos de dois lados de mesma medida e que ângulos opostos aos lados de mesma medida também têm medidas iguais.

Objetivo da T7

O objetivo desta atividade é caracterizar a circunferência. Estamos inserindo esta atividade para que o aluno compreenda o processo da construção de triângulo equilátero que será desenvolvido na atividade seguinte.

Ações Propostas:

a) Crie na tela uma circunferência de centro O passando por um ponto F. Primeiramente, crie um ponto sobre a tela. Na janela 4, na opção CIRCUNFERÊNCIA, clique com o mouse em qualquer lugar da tela, movimentando o cursor, uma circunferência começará a ser construída. Leve o cursor até o ponto F e aparecerá a mensagem "passando por este ponto", dê um clique e a circunferência estará pronta.

b) Crie e meça FO. Com a opção segmento, crie o segmento FO e meça-o.

c) Obtenha um ponto D sobre a circunferência. Crie e meça DO.

d) Obtenha um outro ponto G sobre a circunferência. Meça GO.

e) Existe uma propriedade comum a todos os pontos de uma circunferência? Qual é?

f) Movimente F. O que você observa em relação às medidas de FO, DO, GO? A propriedade permanece válida?

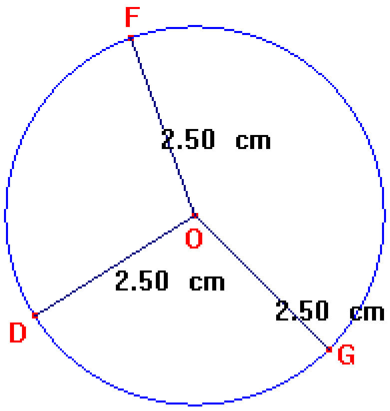

FIGURA 15: T7 - Caracterizar a circunferência
Fonte: Desenho dos alunos

Alguns comentários dos alunos, em relação aos itens e) e f):

“A propriedade é que os pontos D, F e G têm a mesma distância do ponto O”.

“Sim, movimentando o ponto F, a circunferência pode aumentar ou diminuir, mas FO, DO e GO continuam tendo medidas iguais.”

“Professora, eu marquei outros pontos na circunferência e vi que a distância desses pontos até o centro é sempre a mesma. Então, qualquer ponto que eu pegar na circunferência vai ter a mesma medida.”

Com a observação e comentários dos alunos pode-se observar que não tiveram nenhuma dificuldade em fazer a atividade e em responder as questões propostas, logo caracterizamos a circunferência como sendo o conjunto de todos os pontos de um plano que estão a mesma distância de um ponto fixo. Importante ressaltar que o movimento da figura foi fundamental para a compreensão da propriedade.

Objetivo da T8

Esta atividade tem como objetivo permitir a compreensão do que é um triângulo equilátero. Construindo um triângulo com três lados de medidas iguais e movimentando alguns pontos, o aluno observará que o triângulo conserva algumas características.

Ações propostas:

a) Represente um segmento IL e meça-o

b) Desenhe uma circunferência de centro I e raio IL.

c) Desenhe uma circunferência de centro L e raio LI.

d) Obtenha as intersecções das duas circunferências e represente-as por M e N.

e) É possível saber a medida do segmento IM sem usar novamente a opção medir? Qual é a medida de IM?

f) Agora confira a sua resposta usando a opção medir.

g) Crie o triângulo IML.

h) Movimente I e L. Quais são as características do triângulo representado por IML?

i) Meça os ângulos do triângulo IML.

j) Movimente I e L. O que você observa?

k) Como você caracteriza o triângulo construído?

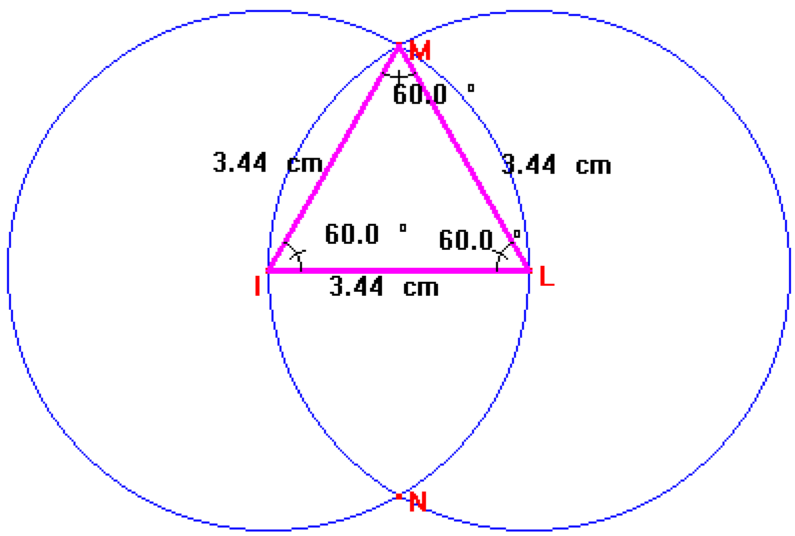

FIGURA 16: T8 - Triângulo eqüilátero

Fonte: Desenho dos alunos

Alguns comentários dos alunos em relação aos itens e), h), j) e K):

Item e):

"... 3.44..."

"É a medida de IL"

"Sim, o segmento IM é igual ao segmento IL, porque ele também é um raio."

Item h):

"O triângulo tem seus dois lados iguais."

"Não, o triângulo tem os três lados iguais."

Item j):

"Os lados aumentam, se você aumentar o triângulo e diminuem, se você diminuir o triângulo."

"E os ângulos ficam a mesma coisa."

Item k):

"Os ângulos nunca mudam, mas os lados sim. E os lados são sempre iguais."

Diante dos comentários, observa-se que não tiveram dificuldade em resolver a atividade. A movimentação dos pontos I, M e L mostrou aos alunos que os ângulos têm medidas iguais a 60º e todos os lados têm a mesma medida, portanto caracterizamos esse objeto geométrico como triângulo equilátero.

Objetivo da T9

O objetivo da atividade é caracterizar a bissetriz de um ângulo, para isso o aluno inicia a atividade construindo-a sem saber o que é. É durante as atividades que ele descobrirá as características desse objeto geométrico.

Ações propostas:

a) Crie três pontos – V, T e X – não alinhados.

b) Construa uma reta que passa por V e T.

c) Construa uma reta que passa por T e X.

d) Construa a bissetriz do ângulo representado por VTX. Na janela 5 selecione a opção BISSETRIZ. Colocando o mouse sobre o ponto V, aparecerá a seguinte mensagem “Este ponto”. Clicando sobre o mesmo, este ficará selecionado e repete-se sobre os outros dois pontos T e X, construindo a bissetriz.

e) Obtenha uma ponto sobre a bissetriz e represente-o por K.

f) Meça os ângulos VTK e KTX.

g) Movimente os pontos V e X. O que você observa em relação aos ângulos VTK e KTX?

h) Explique com suas palavras o que é bissetriz de um ângulo.

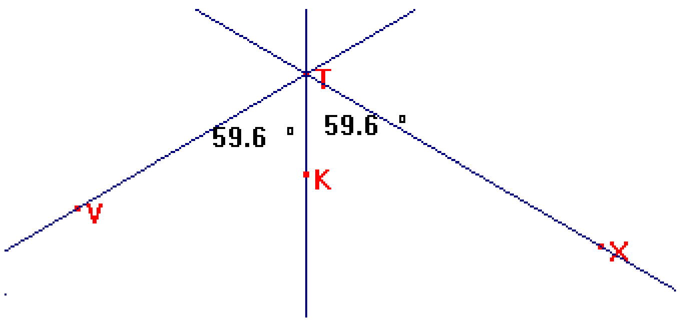

FIGURA 17: T9 - Bissetriz

Fonte: Desenho dos alunos

Alguns comentários dos alunos em relação:

Item g):

“Quando movimentamos o ponto V ou X, a reta também se movimenta.”

“E os ângulos que quando medimos eram iguais, continuam sendo iguais.”

Item h):

“Professora, é uma reta que divide em dois iguais.”

Logo, perguntamos: Dois o quê? E outra dupla respondeu:

“Em dois ângulos iguais.”

Os alunos expressaram de forma simples e clara o que é a bissetriz de um ângulo. “Bissetriz é uma reta que divide um ângulo em dois ângulos de medidas iguais.” Mas alertamos os alunos que o *CG* traça a bissetriz como uma reta e não como semi-reta, que é a definição mais usada.

Objetivo da T10

O objetivo desta atividade é construir o objeto geométrico triângulo retângulo.

Ações propostas:

a) Crie uma reta e represente-a por **r**.

b) Crie um ponto S fora de **r**.

c) Construa uma reta s, passando por S e perpendicular à reta r.

d) Nomeie P a intersecção das retas r e s.

e) Construa um ponto M sobre r.

f) Crie o triângulo PMS.

g) Movimente M e S. Qual é a característica deste triângulo?

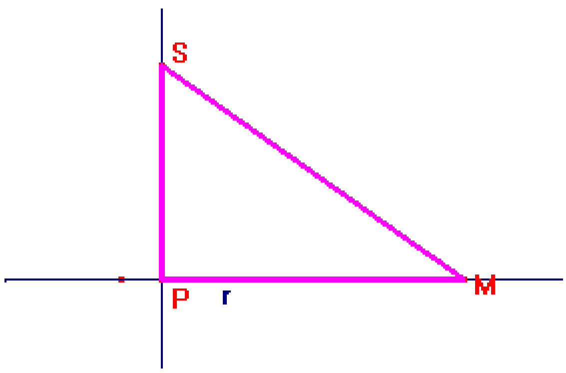

FIGURA 18: T10 - Triângulo retângulo
Fonte: Desenho dos alunos

Alguns comentários dos alunos:

“O triângulo aumenta? Diminui?”

“Não sei”

Nesta atividade, a dificuldade ocorreu pelo fato de não termos pedido que medissem os ângulos e os alunos também não pensaram nesta hipótese para facilitar a sua observação.

Apenas uma dupla conseguiu observar que um ângulo não mudava. Voltamos à atividade, pedimos que medissem os ângulos e que respondessem as observações.

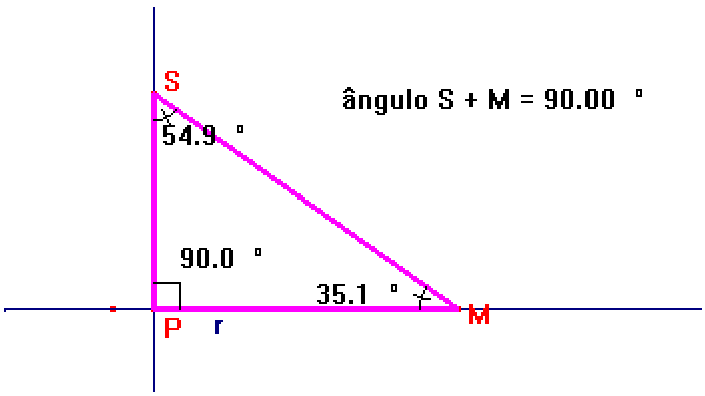

FIGURA 19: T10 - Soma dos ângulos internos do triângulo
Fonte: Desenho dos alunos

Ao movimentarem os pontos M e S, depois de medirem os ângulos, os alunos observaram que apenas um ângulo tinha sempre a mesma medida, o de 90º. Também foram feitas explorações, com o auxílio da calculadora do CG, sobre a soma dos outros dois ângulos. Pedimos aos alunos que observassem os outros ângulos e levantassem algumas hipóteses. Eles movimentaram os pontos S e M e duas duplas tiveram a iniciativa de somar e subtrair os dois ângulos.

“Professora, a soma de S e M é sempre 90º, não importa se eu aumento ou diminuo o triângulo.”

Concluímos, com a atividade, que em qualquer triângulo retângulo um de seus ângulos terá sempre a medida de 90º e que a soma dos outros dois ângulos será sempre 90º.

Objetivo da T11

O objetivo da atividade é construir um ângulo de medida 30º. Trata-se de um desafio, um percurso esperado é que os alunos usem os conceitos de bissetriz e de triângulo equilátero e que no final movimentem um dos pontos para confirmar se o ângulo se mantém constante.

Ações propostas:

Construa um triângulo que tenha um ângulo de medida 30º. Não esqueça que, ao deslocar um de seus pontos, a medida do ângulo deve se manter constante.

A princípio, esta atividade foi muito trabalhosa, a maioria dos alunos ficaram sem ação, esperando os passos a serem seguidos. Pois o que diferencia esta atividade das demais é que os alunos terão que ser criativos e aplicar conceitos estudados anteriormente, em uma situação nova.

Apenas duas duplas tiveram uma iniciativa com algum resultado. Uma delas construiu um triângulo equilátero ABC e traçou a bissetriz do ângulo B, formando o triângulo ABP que tem um dos ângulos medindo 30º e mostrou também que ao deslocar um dos pontos a medida do ângulo se manteve constante, esta dupla aplicou conceitos estudados em construções anteriores.

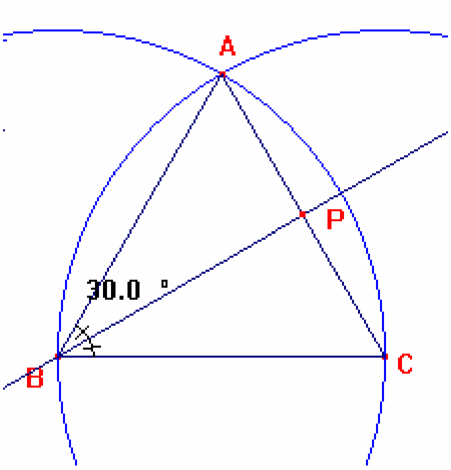

FIGURA 20: T11 - Construção de um ângulo de 30º

Fonte: Desenho dos alunos

A outra dupla também construiu a atividade, mas ao deslocar um ponto o ângulo não se manteve constante. Ela partiu da idéia de construir um ângulo de 60º e depois calculou a bissetriz. A princípio parecia estar correto, mas a dupla não deu importância ao enunciado que diz “ao deslocar um de seus pontos, a medida do ângulo deve se manter constante”.

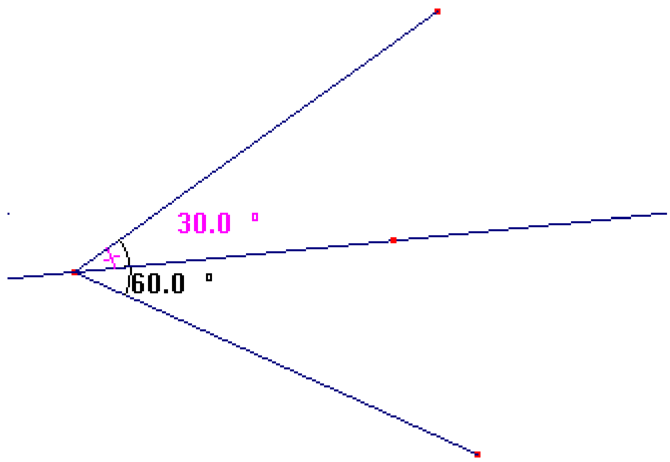

FIGURA 21: T11 - Esquema representativo da T11

Fonte: Desenho dos alunos

Os dois alunos que construíram corretamente a atividade, mostraram para a turma a sua construção, com o auxílio do CG no botão EDITAR e depois REVISAR CONSTRUÇÃO. Os alunos que não haviam construído a atividade também a fizeram sem ter os passos a seguir. Embora esta atividade tenha demorado mais tempo que as outras, e apenas uma dupla tenha construído corretamente, ela foi de grande valia.

Objetivo da T12

O objetivo desta atividade é construir um ângulo de medida 45º. Esta atividade também é um desafio, pois é preciso que o aluno integre os conceitos de bissetriz e de ângulo reto. Porém, acreditamos que esta atividade seja mais simples, pois o processo é o mesmo da anterior.

Ações propostas:

Construa um triângulo que tenha um ângulo medindo 45º. Não esqueça que, ao movimentar um de seus pontos, a medida do ângulo deve permanecer constante.

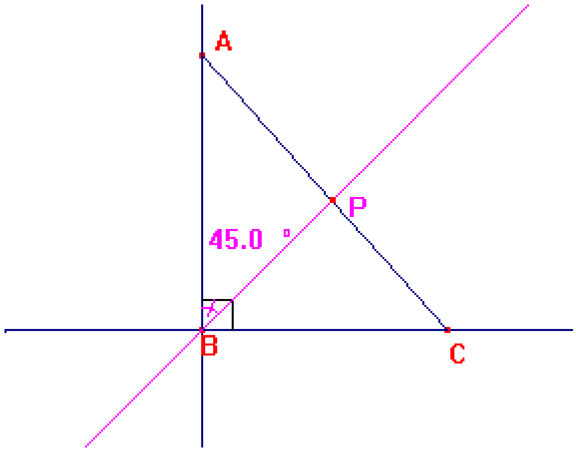

FIGURA 22: T12 - Construção de um ângulo de 45º

Fonte: Desenho dos alunos

Por se tratar de uma atividade de raciocínio semelhante a anterior, praticamente todos os alunos conseguiram realizá-la com sucesso, apenas duas duplas recorreram à ajuda do professor.

Objetivo da T13

O objetivo desta atividade é estabelecer o conceito de distância de um ponto à reta. Para isso, o aluno deve investigar qual é a menor distância de um ponto a uma reta, preparando o aluno para o conceito de altura.

Ações Propostas:

a) Crie uma reta **s** e um ponto A fora dela.

b) Construa os pontos P e Q sobre a reta **s.**

c) Crie o segmento AP e marque o ângulo APQ.

d) Meça o segmento AP e o ângulo APQ.

e) Movimente P sobre a reta **s**. Em que posição a medida AP é a menor possível? Neste caso, qual é a medida do ângulo APQ?

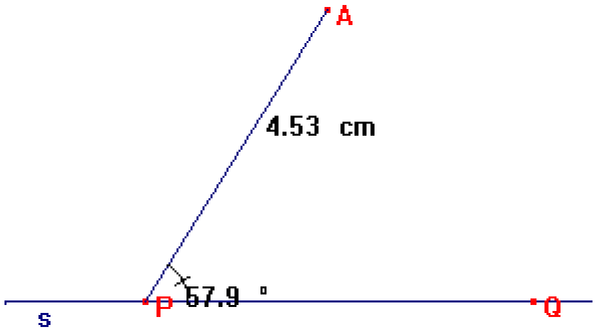

FIGURA 23-a: T13 - Distância de um ponto à reta

Fonte: Desenho dos alunos

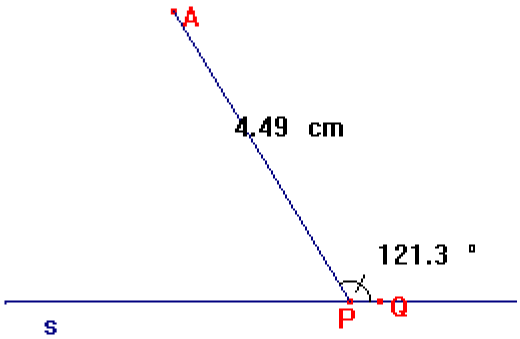

FIGURA 23-b: T13 - Distância de um ponto à reta

Fonte: Desenho dos alunos

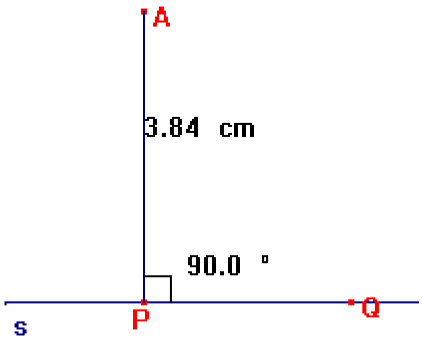

FIGURA 23-c: T13 - Distância de um ponto à reta

Fonte: Desenho dos alunos

Alguns comentários dos alunos:

"A menor medida é quando forma um ângulo de 90º".

"Porque quando o ângulo é menor ou maior que 90º, a medida é maior".

A única dificuldade dos alunos foi em manusear o mouse para deixar o segmento AP perpendicular à reta s, formando um ângulo de 90º. Com essa atividade, exploramos a idéia de altura de um triângulo, assunto da próxima atividade.

Objetivo da T14

Esta atividade tem como objetivo caracterizar a altura de um triângulo. O conceito de altura é aplicado, principalmente, nos cálculos das áreas de algumas figuras geométricas. A maior dificuldade está em medir a altura de um triângulo obtusângulo e o CG poderá possibilitar uma melhor compreensão por sua característica dinâmica.

Ações Propostas:

a) Crie uma reta **r** definida por dois pontos B e C.

b) Crie um ponto fora da reta **r** e represente-o por A . A seguir, construa o triângulo ABC.

c) Meça os ângulos internos do triângulo.

d) Pelo ponto A construa uma reta **s**, perpendicular a BC.

e) Seja H a intersecção das retas **r** e **s**.

f) Crie o segmento AH.

g) Apague a reta **s** com a borracha deixando apenas o traço do segmento AH. Selecione na janela 11 a opção ESCONDER/MOSTRAR. Em seguida, leve o cursor sobre a reta s e aparecerá a mensagem "esta reta". Clicando sobre ela, ela apagará.

h) Movimente A e observe AH quando o ângulo ABC tem medida menor que 90º.

i) O que acontece com AH quando o ângulo ABC mede 90º?

j) O que acontece com AH quando o ângulo ABC tem medida maior que 90º?

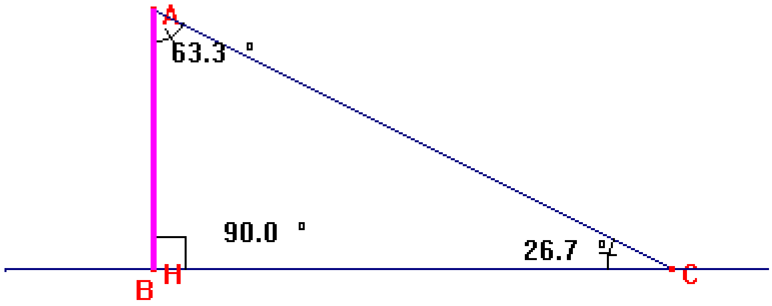

FIGURA 24-a: T14 - Altura de um triângulo retângulo

Fonte: Desenho dos alunos

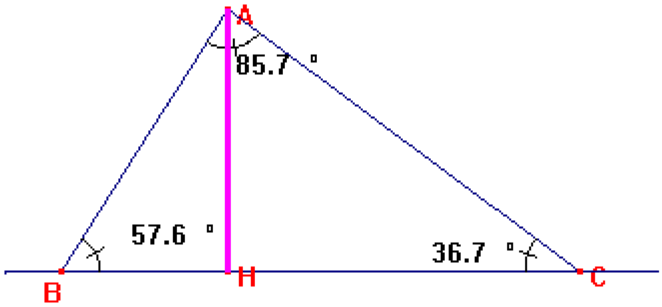

FIGURA 24-b:T14 - Altura de um triângulo acutângulo

Fonte: Desenho dos alunos

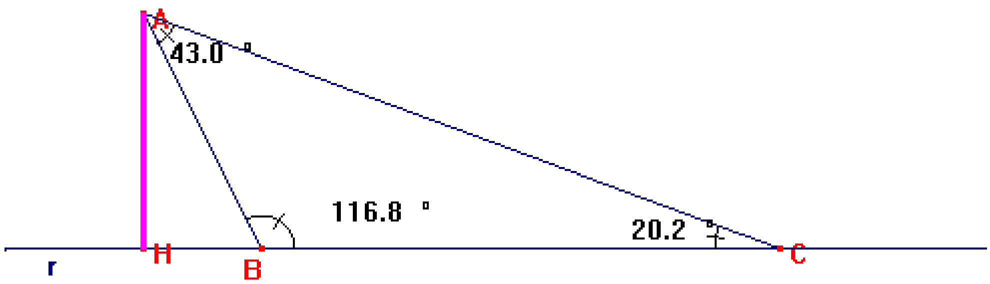

FIGURA 24-c: T14 - Altura de um triângulo obtusângulo

Fonte: Desenho dos alunos

Algumas respostas dos alunos em relação aos itens h) i) e j):

“Quando o ângulo for menor que 90º, AH fica dentro do triângulo.”

“E se o ângulo for 90º, AH fica em cima. E quando o ângulo é maior que 90º, AH fica fora do triângulo. Por quê?”

“Porque AH fica sempre reto e nesse caso o ponto A está fora do tamanho da base.”

A maioria dos alunos não identificaram o segmento AH como altura. Uma dupla observou que o segmento AH não perdeu sua propriedade, mas não soube explicar. De acordo com a necessidade, fomos explorando a atividade e explicando que o segmento AH foi construído perpendicular ao segmento BC e consequentemente ele é a altura. Para os triângulos acutângulos a sua altura, relativa ao lado BC, estará sempre dentro do triângulo, para os triângulos retângulos a altura, relativa a lado BC, a altura sempre coincidirá com o lado perpendicular a base e para os triângulos obtusângulos a altura se posicionará sempre fora do triângulo.

4.1 Avaliação

A investigação matemática é uma atividade de aprendizagem e tem que ter uma avaliação como todas as outras atividades.

Depois de todas as atividades desenvolvidas, fizemos uma avaliação individual, em sala de aula, composta de quatro questões levantadas acerca das explorações propostas. Esclarecemos aos alunos que seriam avaliados os itens: construção dos objetos pedidos, relato dos processos usados e comentários. Iremos a seguir descrever as questões e algumas resoluções.

4.1.1 Questões da avaliação

1 – Construa, se possível, os triângulos com as seguintes medidas: 4, 5 e 6 cm e 3, 4 e 8 cm. Relate suas observações.

"Não consegui montar o triângulo de lados 3, 4 e 8 cm, porque o lado que mede 8 cm é maior que 3 + 4 = 7. O outro triângulo de lados 4, 6 e 5 cm eu consegui montar, ele fechou, porque 4 é menor que 6 + 5 = 11, 6 é menor que 4 + 5 = 9 e 5 é menor que 4 + 6 = 10".

"As medidas 3, 4 e 8 cm não formam um triângulo, pois não consegui fechá-lo. Agora 4, 5 e 6 cm formam um triângulo. Exemplo: pegue dois lados (4 e 6 cm) e some suas medidas, essa soma é maior que o outro lado".

2– Construa os vários tipos de triângulos quanto aos seus lados e comente sobre eles.

"Triângulo Isósceles: dois lados iguais.

Primeiramente, eu fiz um segmento. Depois, eu tracei a mediatriz desse segmento e marquei um ponto nela. Com a régua, eu tracei um triângulo unindo os pontos do segmento e o ponto da mediatriz.

Triângulo equilátero: três lados iguais.

Tracei um segmento AB e construi duas circunferências que se cruzam. Uma com centro A e a outra com centro B e os raios são iguais a AB, depois marquei os dois pontos de intersecção das circunferências. Com uma régua, construi o triângulo equilátero que passou pelos pontos A, B e um dos pontos de intersecção das circunferências. Obs: com essa construção, eu fiz dois triângulos equiláteros, um simétrico ao outro.

Triângulo escaleno: três lados diferentes.

Basta construir 3 segmentos diferentes e construir o triângulo com o compasso e régua".

3 – Construa os vários tipos de triângulos quanto aos seus ângulos e comente sobre eles.

"Existem três tipos de triângulos quanto aos ângulos:

- *Triângulo acutângulo: tem três ângulos menores que 90º.*
- *Triângulo obtusângulo: apenas um ângulo maior que 90º e os outros menores que 90º.*

- *Triângulo retângulo: tem um ângulo de 90º e dois ângulos menores que 90.*

Não existe um triângulo com dois ângulos de 90º e nem tão pouco com dois ângulos de medidas maiores que 90º, porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º e também que o ângulo de 90º é reto e um triângulo com dois ângulos de 90º nunca fechariam, pois é formado com uma reta perpendicular, onde as duas não se encontrariam.”

4 – Ações propostas:

a)Construa um triângulo qualquer ABC;

b)Pelo vértice C construa uma reta paralela ao lado AB;

c)Construa dois pontos X e Y distintos sobre a reta construída no item b, de modo que C fique entre eles;

d)Verifique se os ângulos BAC, ABC, ACX e BCY são dois a dois congruentes (mesma medida);

e)Identifique, pintando com a mesma cor, os pares de ângulos congruentes da figura;

f)Se fosse possível movimentar o triângulo e também os vértices da sua figura, o que você acha que aconteceria com os ângulos?

“A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º e a soma de ACX, ACB e BCY também é 180º porque formam um ângulo de meia volta. Se movimentarmos o ponto A para baixo ou para cima a reta que contém os pontos X, C e Y também iria se movimentar pois foi construída paralela a AB. Fiz outro triângulo e segui os mesmos passos e o resultado foi o mesmo. (Professora, é mais fácil fazer com o cabri)”.

Nessa questão, procuramos explorar o fato de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é conseqüência da existência da única reta paralela ao lado AB.

Com a avaliação, percebemos que os alunos foram capazes de usar conhecimentos matemáticos nas resoluções, estratégias de raciocínio e comunicação. O desempenho diante da questão 4 mostrou que são capazes de realizar investigações, ou seja, levantar hipóteses e testá-las. Alguns alunos, na questão 2, descreveram os passos que seguiram para realizar o exercício proposto.

Os alunos, muitas vezes, estão habituados a escrever respostas diretas em matemática ou apresentarem somente os cálculos. Quando utilizam esses tipos de comentários concluímos que é, também, uma abertura para aprendizagem, pois os relatos mostraram que os alunos procuraram registrar por escrito as ações realizadas.

Outra forma de avaliação utilizada na pesquisa foi a observação, enquanto realizavam as atividades na sala de informática. A observação fornece informações ao professor para saber qual aluno precisa de uma atenção individual. E ao observar procuramos fazer perguntas aos alunos para perceber melhor o que eles estavam fazendo e a forma com estavam pensando.

4.2 Análise e Discussão dos Resultados

4.2.1 Categorias de análise das atividades

Das nossas leituras, pontuamos algumas idéias importantes para a discussão dos resultados de nossa investigação que podem ser tomadas como categorias de análise.

a) Explorar o que o aluno já sabe ou conhece para facilitar o processo de aprendizagem, favorece a aprendizagem significativa que é um processo no qual a nova informação se relaciona com a estrutura cognitiva do aluno, definida por Ausubel.

b) Aspectos que dificultam ou impossibilitam a aprendizagem, onde os alunos podem não estar disponíveis a aprenderem (bloqueados) e o professor no intuito de ajudar acelera a resposta ou diante de uma dificuldade aceita qualquer resposta como verdadeira e quando as práticas educativas estão mais próximas do senso comum do professor do que do conhecimento matemático.

c) A importância de normas e acordos - contrato didático - que estabelecem cada momento obrigações recíprocas dos alunos e professores em relação ao projeto de estudo em comum, ou seja, para que se não atribua somente ao professor a responsabilidade matemática das respostas em sala de aula. Outro aspecto a ser observado refere-se a possíveis contribuições do uso do computador para alteração do contrato didático, com abertura para uma maior autonomia.

d) Utilizar o computador como ferramenta para auxiliar a aprendizagem dos alunos na construção do próprio conhecimento e para Valente (1993), o professor tem a função de criar ambientes de aprendizado dando oportunidades para que o aluno aprenda fazendo.

e) Fornecer oportunidades ao aluno para descobrir, pesquisar e construir suas idéias, assegurando o conhecimento a partir de suas próprias ações, pois segundo a abordagem construcionista de Papert (1994) dar ênfase ao conhecimento concreto enriquece a aprendizagem.

f) Trabalhar com os alunos a seqüência do modelo Van Hiele que consiste em cinco níveis de compreensão: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor.

Logo, buscamos contemplar a nossa pesquisa com essas idéias que nos auxiliaram para norteá-la.

4.2.2 Análise da importância da aprendizagem significativa e da aquisição de conceitos.

A aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação se relaciona com a estrutura de conhecimento do aluno, que Ausubel define como “conceitos subsunçores”, conceitos que já existem na estrutura cognitiva do aluno.

Do ponto de vista pedagógico, concluímos que explorar o que o aluno conhece é fundamental para facilitar o processo de aprendizagem, pois para aprender o novo é preciso que haja interação com a estrutura cognitiva do aluno, ou seja, “ancoragem” com o que conhece. Por isso, antes de aplicar as atividades e falar do conteúdo que seria trabalhado, os alunos observaram fora da sala de aula as figuras geométricas e quais eles mais encontraram, assim partimos de seus conhecimentos prévios.

Como exemplo em que houve uso de conhecimentos prévios, a T12 tinha como objetivo a construção de um triângulo com um ângulo de medida 45º. Nesta atividade, os alunos não tinham nenhuma instrução a seguir, teriam que integrar conhecimentos adquiridos anteriormente (na T9 e T10) para resolver. Esta atividade foi realizada com sucesso, pois os alunos conseguiram ancorar os novos nos conhecimentos prévios, ou seja, eles exploraram o que já conheciam.

Quando o aluno consegue ancorar a nova informação no que há na sua estrutura cognitiva, suas experiências, ele consegue construir significados. O conhecimento é organizado formando uma hierarquia, na qual os elementos mais específicos são ligados a conceitos mais gerais, isto é, a ancoragem modifica a própria estrutura cognitiva e a nova informação. Por isso, a teoria dos campos conceituais ou aprendizagem significativa estão pontuadas na proposta centrada em situações próximas da vivência do aluno.

Em todas as atividades, foi valorizada a aquisição de conceitos. O objetivo da atividade 1 era classificar os diferentes tipos de triângulos em relação à medida de seus lados. No entanto, as duas últimas perguntas sobre a existência dos triângulos: *é possível representar um triângulo com os lados de medida 3, 5 e 4 cm? É possível representar um triângulo com os lados de medida 3, 5 e 9 cm?*, tinham como objetivo mostrar ao aluno que em algumas situações não era possível encontrar o triângulo esperado. Mas, os alunos foram além, queriam descobrir quando é possível construir um triângulo. Observemos a fala desta aluna:

“Professora, eu tentei ‘montar’ outros triângulos, mas eu só consegui quando... por exemplo, este triângulo que eu fiz de 2, 3 e 4, eu consegui, o outro de 2, 5 e 10, eu não consegui, então eu acho que se tiver uma medida maior que os outros dois lados eu não vou conseguir.”

Diante desse argumento, conduzimos os alunos ao ponto que eles mesmos testassem suas hipóteses e descobrissem sobre a condição de existência de triângulos. Este tipo de valorização de aprendizagem de conceitos não é comum na prática escolar no ensino de geometria. Muitas vezes se valoriza memorizações, definições, regras, fórmulas e a reprodução de exemplos e exercícios, mas com certeza, não contribui para uma aprendizagem escolar satisfatória, ou seja, significativa.

4.2.3 Algumas dificuldades encontradas pelo aluno

Dificuldades no gerenciamento do computador: Apesar de o computador estar cada vez mais disseminado em nosso meio, vimos algumas dificuldades identificadas pelos alunos:

- Utilizar o mouse de maneira adequada,
- Interpretar a janela inicial do computador: funções dos ícones e das opções dos menus;
- Salvar, nomear e localizar arquivos, principalmente no disquete;
- Localizar e abrir programas.

Dificuldades no domínio do software CG: Os resultados de nossas intervenções apontam que a apropriação do software CG por parte dos alunos não é de fato tão problemática. Mas, ainda assim, verificamos que algumas dificuldades foram mais persistentes e comuns à maioria dos grupos.

- Mudar de função: uma das dificuldades mais comuns para quem está iniciando um trabalho com o software CG é mudar de função, pois se o aluno constrói uma circunferência, enquanto ele não mudar de opção, cada vez que clicar na tela, continuará reproduzindo a última opção escolhida, no caso, a circunferência.
- Apagar objetos: Para apagar um objeto construído na tela do CG é preciso selecionar o objeto e depois ir para a opção apagar ou pressionar a tecla delete. A seleção dos objetos pode ser feita de duas maneiras: selecionando-o por meio de uma caixa retangular, com a opção ponteiro ativada ou ainda pelo menu

edição, mandando selecionar todos os objetos. Mostrar ao aluno diferentes formas de executar um mesmo comando é importante para que possa escolher a forma mais rápida e conveniente para a atividade que estiver desenvolvendo, adquirindo assim uma autonomia.

Dificuldades matemáticas: vejamos alguns aspectos que podem dificultar a aprendizagem.

Diante de alguma dificuldade momentânea de resolver um problema, o professor, na tentativa de ajudar o aluno, precipita-se e fornece a resposta. Para Brousseau (apud PAIS 2002), esse aspecto do Efeito Topázio, é um dos efeitos que podem dificultar a aprendizagem.

Na atividade inicial (operações básicas) os alunos não conseguiram estabelecer uma relação aos vários tipos de pontos, por não estarem acostumados (preparados) a esse tipo de atividade matemática: investigar, observar, questionar, integrar e argumentar. Diante dessa situação, resolvemos voltar à atividade, questionando, orientando para que pudessem exercitar a iniciativa, autonomia e criatividade. Tentamos não acelerar a aprendizagem, antecipar o resultado, pois essa é uma prática característica do ensino tradicional da matemática imprópria para uma educação escolar significativa. E tínhamos, em todos os momentos, a intenção de que o aluno participasse ativamente na elaboração do seu conhecimento.

Outro aspecto que dificulta a aprendizagem é o Efeito Jourdain, mais grave que o anterior, pois o professor diante de um descontrole pedagógico pode aceitar qualquer resposta como certa. Na atividade T11, em que a maioria dos alunos teve dificuldade e apenas duas duplas tiveram iniciativa e resolveram, sendo que apenas uma resolveu corretamente. A outra dupla não deu a importância necessária a todo enunciado, pois somente valorizou a primeira frase: *Construa um triângulo que tenha um ângulo de medida 30º*. O restante do enunciado *não esqueça que, ao deslocar um de seus pontos, a medida do ângulo deve se manter constante,* não foi valorizado.

Não desistimos diante dessa dificuldade. Procuramos reconhecer sinais de um “verdadeiro conhecimento” (PAIS, 2002, p.93), tentamos explorar a atividade que não foi resolvida corretamente com questionamentos e ênfase ao enunciado.

4.2.4 Análise da importância do contrato didático

Concluímos que para uma situação didática alcançar o seu objetivo, é essencial o estabelecimento de normas, acordos, que regem em cada momento as obrigações dos alunos e professores, ou seja, um contrato didático para guiar as ações do professor e do aluno. É importante que as regras do contrato didático sejam explicitadas para que professor e aluno estejam conscientes de suas responsabilidades na relação didática.

O contrato didático firmado com os alunos da 7ª série B recaiu uma boa parte sobre os alunos, pois o maior responsável pelo conhecimento é o próprio aluno. Algumas cláusulas do contrato didático são importantes, principalmente as que se referem ao comportamento dos alunos, pois como eram dois por computador, precisávamos negociar junto ao grupo e desta forma, os acordos seriam facilmente cumpridos por terem sido firmados com o grupo. Assim, negociar as regras com os alunos é de grande valia, de vez que estarão mais conscientes e propensos a cumpri-las.

Nos momentos em que as atividades foram realizadas, um dos acordos firmado foi em relação ao comportamento, em relação às conversas paralelas que não diziam respeito aos conteúdos trabalhados, à assiduidade dos alunos para conseguirmos trabalhar com uma boa seqüência, pois tínhamos apenas as sextas-feiras para as atividades.

Eles cumpriram esses acordos, assim não tivemos nenhuma dificuldade relativa ao comportamento, isso ajudou os alunos a compreenderem que a aprendizagem não depende somente da instrução dada pelo professor, e que não podem ser dependentes. Esse comportamento deu uma certa confiança para fazerem os comentários, chegarem a conclusões a cada atividade e, em alguns momentos agirem com autonomia. A atividade T7 mostra isso, quando o aluno, por si só, apresenta e confere outras hipóteses.

"Professora, eu marquei outros pontos na circunferência e vi que a distância desses pontos até o centro é sempre a mesma. Então, qualquer ponto que eu pegar na circunferência vai ter a mesma medida."

O contrato didático, vigente hoje, que predomina nas escolas em relação ao professor é o estilo docente tradicional, ou seja, o que prevalece é o conteúdo, este é organizado de forma única e seqüencial. O professor é o “dono” da sala e detém todo o conhecimento. O aluno tem que prestar muita atenção na explicação do professor para estudar, resolver os exercícios e ter um rendimento satisfatório nas provas.

Após termos trabalhado alguns conteúdos relacionados a triângulos, com o software CG de maneira que os alunos pudessem pesquisar, testar suas hipóteses, movimentar os objetos, descobrir propriedades e conceitos, percebemos que dispúnhamos de muito mais informações sobre a aprendizagem e as dificuldades dos alunos. O que não ocorre quando o professor se apresenta como repassador de informações e o aluno mero receptor.

Em todos os momentos, tivemos a intenção de orientar e acompanhar os alunos na busca de aprendizagens, para que tivessem autonomia, que refletissem e argumentassem sobre as atividades para adquirirem conceitos e identificarem propriedades. Observando a pesquisa, as atividades propostas, percebemos que na maioria das atividades prevaleceu o modelo tradicional por estar enraizado em nossa vida.

O importante é que o contrato didático sofreu mudanças, que trabalhar com os alunos dando lhes aberturas para uma maior autonomia, permitir que atuem na elaboração de conceitos, que realizem atividades de construção, resolvam situações problemas, etc., fornece ao professor muitas informações sobre possíveis dificuldades dos alunos e consequentemente se torna mais prazeroso e gratificante ensinar.

4.2.5 Análise da importância da abordagem construcionista

A educação instrucionista se tornou insuficiente no mundo atual. Hoje, a sociedade requer pessoas criativas, reflexivas, críticas e capazes de aprender ao longo da vida. Logo, essas exigências não podem ser transmitidas, mas descobertas e construídas.

Diante dessa visão contemporânea, o professor tem que agir como um mediador, um facilitador do aprendizado e utilizar, por exemplo, o computador como um aliado, uma ferramenta para a criação do conhecimento.

De acordo com Valente (2006), utilizar o computador como uma ferramenta tutorada pelo aluno é usá-lo como auxílio no processo de construção do conhecimento, permitindo que o próprio aluno resolva os problemas.

Procuramos, utilizando o CG como ferramenta, criar um ambiente de aprendizado, permitindo que os alunos interagissem com as atividades, movimentando as figuras, levantando e testando hipóteses, ou seja, dando espaço para que aprendessem fazendo. E durante as atividades, tentamos interagir junto com os alunos, observando, perguntando e explorando os conteúdos implícitos nas atividades.

Em todas as atividades tínhamos o objetivo de propor desafios, descobertas dos conceitos e propriedades dos objetos estudados e não dar ênfase no ensino, “aperfeiçoar a instrução” (PAPERT, 1994) para ter uma melhor aprendizagem segundo a abordagem instrucionista.

Segundo Papert (1994), a abordagem construcionista tem o objetivo de fazer com que o aluno aprenda a partir do mínimo de ensino. Observando depois de realizada a nossa pesquisa, percebemos que na maioria das atividades ainda houve muita instrução, embora trabalhássemos para que os alunos tivessem mais autonomia, preparando-os para que buscassem suas respostas. Não podemos esquecer que o método tradicional está muito presente em nossa vida, na fase escolar, na nossa formação profissional e no dia-a-dia como educador.

4.2.6 Análise da utilização do modelo Van Hiele.

Cotidianamente, estamos envolvidos com a Geometria que, comparada com outras disciplinas, continua ausente das salas de aula. Ela favorece a compreensão, a descrição e a interação com o espaço em que vivemos.

No modelo Van Hiele, que estabelece os níveis de compreensão: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor, procuramos conduzir o trabalho segundo esta seqüência, partindo do nível inicial em que o espaço foi simplesmente observado. Quando pedimos aos alunos que fossem observar fora da sala de aula as formas geométricas, demos início a esse modelo, partimos do cotidiano do aluno, o que está a sua volta. Neste estágio inicial, os alunos perceberam o espaço que existe em torno deles, as figuras geométricas, e encontraram formas específicas para dar início ao nosso trabalho.

A atividade T1, contempla o nível 1, análise dos conceitos geométricos, por meio da observação e da experimentação. Os alunos começaram a discernir as características das figuras, que existem triângulos com três lados de mesma medida, com dois lados de mesma medida e três lados de medidas diferentes. Perceberam que os triângulos são reconhecidos por seus lados, mas sem trabalharmos a construção e a classificação segundo os lados.

No nível 2, dedução informal, os alunos são capazes de deduzir propriedades de uma figura, há uma compreensão e consequentemente as definições têm significados, pois os alunos formulam argumentos informais. Na atividade T5, o objetivo era conceituar a mediatriz de um segmento e o aluno era convidado a descobrir o objeto mediatriz. No momento da atividade, no item g) pedimos que movimentassem e observassem alguns pontos, e no item h) que explicassem com suas palavras o que é mediatriz do segmento PE. Com isso, levamos os alunos a deduzir o que estava ocorrendo em relação aos ângulos e segmentos.

"Com a mediatriz os ângulos são iguais a 90º e os segmentos também são iguais."

"Mediatriz é uma reta que divide o segmento PE em dois segmentos iguais, no meio e têm ângulos de 90º."

Os alunos compreenderam, formularam argumentos e o conceito de mediatriz teve significado.

Como afirma Lindquist e Shult (1994), o casal Van Hiele propôs cinco fases seqüenciais de aprendizado: *interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração* para serem desenvolvidos nessa seqüência para adquirir cada um dos níveis.

A fase 1 (interrogação/informação) foi desenvolvida quando os alunos saíram da sala de aula para observar as figuras geométricas presentes no cotidiano e responderam a pergunta: “Qual a figura geométrica mais encontrada?”. Essa atividade foi importante, pois nenhum aluno sabia responder a pergunta, antes de sair da sala de aula e observar. Talvez nunca tivessem cuidadosamente observado as figuras geométricas no seu cotidiano, isso deu “norte” aos alunos sobre o conteúdo que iriam estudar.

Nas atividades procuramos ordenar uma seqüência com o objetivo de que os alunos alcançassem respostas específicas em relação ao que tratava cada atividade. E diante das observações e comentários deles, através das discussões e relatos, procuramos orientá-los para o uso de uma linguagem ou conceito mais adequado. Desenvolvendo assim, a fase 2 (orientação dirigida) e fase 3 (explicação).

Na fase 4 (orientação livre), em que as tarefas são mais complexas com o intuito que o próprio aluno descubra sua maneira de resolver tarefas, procuramos nas atividades T11 e T12 desenvolver essa fase, pois os alunos não tinham os passos que os guiassem na resolução das atividades.

Na fase 5, integração entre professor e aluno, acontecia no final dos seguintes grupos de atividades: T1 a T4, T5 e T6, T7 e T8, T9 a T11, T13 e T14, pois revíamos no todo os objetivos das atividades para que formassem uma idéia geral sobre as relações com a intenção de produzirem um novo raciocínio.

Buscamos com essa pesquisa desenvolver esses três níveis, sem a preocupação em relação aos demais níveis, por ser a primeira vez que trabalhamos com esse software.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> Um mestre, ao ultrapassar a função de transmitir um conteúdo, ensina ao aluno um estilo de vida que enobrece sua alma.
>
> Içami Tiba

A Educação atravessa diferentes fases de desenvolvimento influenciada pelo contexto social que se modifica com rapidez. Nos dias atuais, todos os segmentos sociais são influenciados pelos avanços tecnológicos. A Matemática, como importante área da educação, também sofre influência de novos instrumentos, como por exemplo, o computador.

A escola é responsável em introduzir esse instrumento no ensino de Matemática, em particular a Geometria, visando novas contribuições para o desenvolvimento cognitivo e social do aluno.

Com base em nossa pesquisa, que teve como objetivo verificar se o software CG traz contribuições para a aprendizagem de Geometria, constatamos que ele ajuda a manter boas relações na sala de aula, pois não tivemos nenhum problema de comportamento, as conversas paralelas eram sobre as atividades e a freqüência e participação foram satisfatórias, os alunos se mostraram mais questionadores. Nesse contexto, os alunos ficam menos dependentes do professor que nas práticas mais tradicionais.

O CG também permite a exploração de conhecimentos prévios, pois os alunos, em alguns momentos, integraram conhecimentos adquiridos àqueles que foram sendo explorados. Para Ausubel, a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação se relaciona com o que o aluno já conhece e o CG pode contribuir significativamente para o desenvolvimento da aprendizagem com vínculos com conhecimentos anteriores.

Constatamos, pelos resultados obtidos, que o software CG é um ambiente que favorece ao aluno a formulação e testagem de hipóteses. Nos momentos pertinentes a esta atuação, o trabalho do professor é um fator fundamental para a aprendizagem do aluno, desde que evite a postura instrucionista.

Acreditamos que esse software pode ser usado em um ambiente construcionista para buscar a aprendizagem com menos ensino, em que o professor terá que conduzir e estimular essa aprendizagem em sua prática.

Percebemos que a dinâmica do ambiente do software propiciou aos alunos e ao professor a oportunidade de um ensino-aprendizagem aberto a reflexões e motivador, forneceu mais informações sobre a aprendizagem dos alunos, como aprendem.

Salientamos que esta pesquisa significou, em nossa prática de professor, uma mudança de postura, percebemos que a ênfase que os professores colocam no repasse de informações, em que os conteúdos são apresentados de forma única e repetitiva, exemplos e exercícios, não fornece muita informação, não motiva o aluno, não lhe dá autonomia para participar do próprio processo de aprendizagem.

Para que o professor tenha uma postura de orientador das situações de aprendizagem, não precisa ser necessariamente em uma sala de aula de informática, é possível na sala de aula com a lousa e o giz, com compasso e régua, com jogos etc., desde que crie ambientes que proporcionem ao aluno levantar e testar hipóteses, permitindo que construa, aprenda fazendo, interagindo com os objetos do ambiente e o professor questionando, interrogando para levar o aluno a ter o controle do próprio processo de aprendizagem.

Este trabalho mudou o nosso contrato didático, pois adquirimos uma nova visão sobre o ensino da matemática, modificou nossa prática no sentido de criarmos situações que contextualizam o conteúdo a ser trabalhado. Analisando posteriormente as atividades desenvolvidas, ocorreu uma reflexão sobre como abordamos os conteúdos trabalhados cotidianamente, ou seja, tornou-nos mais criativos em relação ao planejamento das aulas e a metodologia aplicada. A experiência vivida proporcionou condições de buscarmos novos caminhos para a nossa prática pedagógica.

Informamos que esse trabalho é apenas o começo de futuras investigações e pesquisa que pretendemos continuar realizando, na intenção de buscarmos contribuições para a aprendizagem de Geometria e Matemática.

Pretendemos trabalhar outros conteúdos com o auxílio do software CG, como por exemplo, os quadriláteros, funções etc. Mas, na escola em que hoje trabalhamos, ainda não está terminada a sala de informática.

Para finalizar, evidenciamos que esse trabalho resultou dos anseios que carregamos em busca de uma escola que dê às nossas crianças e jovens uma educação que os tornem capazes de aprender ao longo da vida, críticos, reflexivos e que os façam capazes de renovar diariamente a capacidade de lutar, de frutificar seus talentos e de se responsabilizar pela realização de seus projetos pessoais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B. de. **ProInfo**: informática e formação de professores. Secretaria de Educação a Distância. Brasília: Ministério da Educação, SEED, 2000.

BALDIN, Y. Y.; VILLAGRA, G. A. L. **Atividades com Cabri-Géomètre II**: para cursos de licenciatura em matemática e professores do ensino fundamental médio. São Carlos: EdUFSCar, 2002.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DELORS, J. **Educação**: um tesouro a descobrir. Tradução de José Carlos Eufrázio. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

JORDÃO, R. dos S. **A Pesquisa-Ação na Formação Inicial de Professores:** elementos para a reflexão. FEUSP. GT: Formação de Professores. Disponível em: <www.anped.org.br/reunioes/27/gt08/t0816.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2006.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P**. Aprendendo e ensinando Geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

MOREIRA, M. A; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Cortez, 1982.

OCHI, F. H. et al. **O uso de quadriculados no ensino da Geometria**. 4. ed. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2003.

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAPERT, S. **A máquina das crianças:** repensando a escola na era da informática. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

SILVA, M. C. L. da; ALMOULOUD, S. A.; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; BONGIOVANI, Vincenzo. **Explorando conceitos de geometria elementar com o software Cabri-Géomètre**. São Paulo: EDUC, 1998.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. In: VALENTE J. A (Org.) **Computadores e conhecimento:** repensando a educação. Campinas – SP: UNICAMP, 1993.

VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. **Pátio** – revista pedagógica. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, n. 1, ano 1, p. 19-21. Disponível em: <http://www.proinfo.mec.gov.br/upload/biblioteca/215.pdf>. Acesso em: 11 jul. 2006.